Die

kleine Speyerer Basis

oder

Beweis dass man mit einem geringen Aufwand an Zeit, Mühe und Kosten durch eine kleine genau gemessene Linie die Grundlage einer grossen Triangulation bestimmen kann,

von

Friedr. M. Schwerd

Professor der Mathematik und Physik am k. Lyzeum zu Speyer.

Speier,
gedruckt bey Jacob Christian Kolb.
1822.

Die kleine Speyerer Basis

Die *grossen Triangulationen*, durch welche entweder die Grösse und Gestalt unserer Erde oder die Entfernungen der Hauptpuncte eines Landes bestimmt werden, beruhen auf *Grundlinien*, welche mehrere Meilen lang sind und mit der äussersten Genauigkeit gemessen werden.

Die *Messung* einer solchen Basis kann nur auf einem *ebenen* und *festen Boden* vorgenommen werden, sie erfordert einen *höchst vollkommenen* und *sehr dauerhaften Messapparat*, ein *zahlreiches Personale*, eine *Zeit von* 6 *bis* 8 *Wochen* und *immer günstige Witterung*. Die Betrachtung dass alle diese Bedingungen zur Erreichung einer grossen Genauigkeit unerlässlich sind, in der Wirklichkeit aber selten sich vereinigt finden, und dass eine grosse Basis-Messung zu den *mühevollsten Arbeiten* des practischen Geometers gehört und mit einem sehr *bedeutenden Kostenaufwand* verbunden ist, bewog mich zu der Untersuchung, ob es nicht möglich wäre, *aus einer kleinen Basis* von etwa 3000 Fuss, *welche sehr leicht unter den günstigsten Umständen, in wenigen Tagen, mit geringen Kosten, selbst mehrmal gemessen werden kann, eine etwa 20mal grössere eben so genau trigonometrisch zu bestimmen, als eine unmittelbare Messung die letztere geben würde.* Da von der Genauigkeit, mit welcher die Winkel eines Dreieck-Netzes gemessen werden können, das Gelingen einer solchen Unternehmung abhängt, und von der hohen Vollkommenheit der neuern Repetitons-Theodolithe erwartet werden kann, was früher unmöglich schien, so zweifelte ich nicht an einem erwünschten Resultate. Ich fingirte mehrere Dreieck-Netze und fand den Einfluss eines Fehlers von einer Sekunde in den Winkeln der Dreiecke

auf die zu bestimmende Linie so gering dass ich mich zur wirklichen Ausführung einer ähnlichen Arbeit entschloss. Die im Herbste des Jahres 1819 von dem k. Steuerrathe Lämmle zwischen Speyer und Oggersheim gemessene grosse Basis war mir wegen einer Vergleichung besonders erwünscht; ich suchte daher in der Nähe eine kleine Basis auf und brachte dieselbe durch mehrere Dreiecke mit jener grössern in Verbindung.

Die kleine Basis wurde mit einem hierzu von mir verfertigten Apparat 2mal gemessen, die Triangulation mit dem astronomischen Repetitions-Theodolithen unsers Lyzeums ausgeführt.

Fig. 7. Taf. II. stellt das ganze Netz in einem 75000mal kleinern Massstab vor. AB ist die kleine Basis zwischen dem Speyerer Dom D und dem Heiligensteiner Kirchthurme H. Die Entfernung der beiden Puncte D und H wurde durch 3 verschiedene Netze bestimmt, nämlich

1° durch ABD, ABN und DNH
2° „ ABC, ACW, WBD und WBH
3° „ ABE, AEW, WBD und WBH

Die beiden letzten Netze sollten dem ersten Hauptnetze zur Prüfung dienen. Die Entfernung DM des Doms von der Mannheimer Sternwarte erhielt ich durch die Dreiecke HDI und DIM, in welchen die Diagonale HM eine Prüfungslinie abgab, aus DM wurde mit Hülfe des Dreiecks DMO die von Lämmle gemessene grosse Basis DO abgeleitet.

Der Zweck der gegenwärtigen Abhandlung ist, durch die ausführliche Darstellung dieser kleinen Triangulation zu beweisen, dass man mit einem geringen Aufwand an Zeit, Mühe und Kosten durch eine kleine sehr genau gemessene Linie die Grundlage einer grossen Triangulation mit hinlänglicher Zuverlässigkeit bestimmen kann.

Im Iten Abschnitt werde ich den bei der Basis-Messung gebrauchten Apparat beschreiben und die Genauigkeit der einzelnen Theile desselben

untersuchen; der IIte Abschnitt enthält die beiden Messungen und Berechnungen der kleinen Basis; im IIIten werde ich den grössten wahrscheinlichen Fehler der beiden Messungen aus den Unvollkommenheiten des Apparates ableiten; im IVten die Unvollkommenheiten des Repetitions-Theodolithen untersuchen, die Art, nach welcher die Winkel gemessen worden, angeben, die Stationspuncte und Signale beschreiben und alle Originalbeobachtungen so aufführen, wie sie in dem Winkeljournal niedergeschrieben sind. Der Vte Abschnitt enthält die Bestimmung der Excentricitäten und die Reduction auf das Centrum der Stationen; der VIte die Correction der Winkel und die Berechnung der Dreieck-Netze. Im VIIten Abschnitt werde ich den wahrscheinlichen Fehler der grössern trigonometrisch bestimmten Linien untersuchen und die Wahrheit der oben ausgesprochenen Behauptung ausser Zweifel setzen; im letzten Abschnitt werde ich die Bestimmung des absoluten Werthes der Messstangen vornehmen und die von Lämmle angegebene Länge der Linie DO mit meinem Resultate zusammenhalten.

I. A B S C H N I T T.

Beschreibung des Messapparates.

Unter allen mir bekannten Messapparaten glaube ich dem Münchner, welcher zur Messung der grossen Speyerer und Nürnberger Basis gebraucht wurde, den Vorzug geben zu müssen. Die Construction desselben ist sehr einfach, gewährt eine grosse Genauigkeit und lässt eine sehr schnelle Behandlung zu. Ich verfertigte daher nach diesem Muster fünf eiserne Messstangen von 4 Meter Länge und versah eine jede mit einem Thermometer. Einen stählernen Keil zur Messung kleiner Zwischenräume hatte ich schon früher verfertigt. Mit Hülfe eines Comparateurs bestimmte ich die Ausdehnung des Eisens der Stangen und ihre relative Länge. Zur Messung der Inclination diente ein Niveau, welches durch Unterschieben des gedachten Keils horizontal gestellt wurde.

Da von der Vollkommenheit der Werkzeuge die Genauigkeit einer Messung hauptsächlich abhängt, so sehe ich mich genöthigt, die einzelnen Theile des Messapparates zu beschreiben und die Grenze ihrer Fehler zu bestimmen.

A. Beschreibung der Messstangen.

Die eisernen Stangen ab Tab. I. Fig. 1 und Fig. 5 sind 4kantig 0^m01 dick und 4 Met. lang, die beiden Enden sind von federhartem Stahl mit abgerundet keilförmiger Kante, die eine Kante ist vertikal, die andere horizontal, beide sind auf der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte oder der Achse der Stange senkrecht. Jede dieser eisernen Stangen liegt in einem hölzernen Gehäusse pqrs, aus welchem nur die stählernen Kanten 0^m02 weit hervorragen. Um das Verziehen so viel als möglich zu verhindern wurde das Holz von derselben Diehle mit entgegengesetzten Fasern zusammen geleimt. Zur Verminderung der Biegung wurde jedes Gehäusse unten

mit einer Strebe rs versehen und während dasselbe an beiden Enden auflag oben gerade abgehobelt, wodurch auch die noch übrigbleibende Biegung unwirksam gemacht wurde.

Die eisernen Stangen sind ohngefähr in der Mitte der Gehäusse festgeklemmt und können sich nach beiden Enden hin frey ausdehnen. 0^m1 von der Mitte liegt die Kugel k Fig. 3 des Quecksilberthermometers k l auf einem daselbst durchbrochenen Brettchen. Ueber der Scale ist der Deckel des Gehäusses durchbrochen und mit einer Glasscheibe m n versehen, welche vor und nach Ablesung des Thermometers mit einem Brettchen pq bedeckt wird. Mitten auf dem Gehäusse ruht das Zylinder-Niveau abcd Fig. 4. auf zwey Blättchen Messing s's'; durch die zwey Oeffnungen des messingenen Lineals ab. gehen zwey Stifte ff', welche dem Niveau nur eine vertikale Bewegung erlauben, lose hindurch. Wenn der Inclinations-Winkel gemessen werden soll, so wird der geom. Keil Fig. 2 auf der niedrigen Seite zwischen a und s' oder b und s' so weit eingeschoben bis das Niveau horizontal steht; aus der entsprechenden Ordinate des Keils und der Länge des Lineals des Niveaus wird alsdann jener Winkel oder die Reduction der Stange auf den Horizont bestimmt. pq sind zwei Visir-Stifte, auf den beiden Enden der Gehäusse, vertikal über der Achse der eisernen Stangen errichtet.

B. Beschreibung und Bestimmung des geometrischen Keils.

Der geom. Keil ist durch Fig. 2 in seiner natürlichen Grösse vorgestellt. Dem weichen Stahle wurde vorläufig seine Form gegeben und in die obere Fläche 46 parallele gleichweit von einander entfernte Ordinaten eingefeilt, alsdann wurde derselbe gehärtet und auf einer ebenen Metallscheibe so lange auf beiden Seiten abgeschliffen bis er zwischen zwei horizontal gestellten parallelen Stahlzylindern vertikal hing und diese Lage

beim Umwenden beibehielt. Hierdurch versicherte ich mich dass der Keil an seiner obern Fläche sich nicht tiefer einschieben lässt, oder nicht dicker ist, als an seiner untern.

Die Werthe der Ordinaten des geom. Keils suchte ich durch eine Vergleichung mit dem Münchner Keile zu erhalten; bei dieser Vergleichung fand sich aber dass letzterer an seiner untern Fläche um $\frac{4}{10}$ des Zwischenraums der Ordinaten tiefer eindrang als an der obern. Da dieser Fehler Herrn Lämmle vorher unbekannt und auch in den auf jenen Keil sich beziehenden Tabellen darüber nichts bemerkt war, so erdachte ich ein Mittel um eine von jenem Keile unabhängige Bestimmung zu erhalten.

Ich machte einen gleichbreiten Streifen Messing, der seiner ganzen Länge nach in eine Leere genau passte, schob dann auch meinen geom. Keil in die Leere und bemerkte die Ordinate, bis zu welcher er eindrang; bei dieser Ordinate war der Keil eben so dick als der Messingstreifen breit war. Um nun die Breite des Messingstreifens zu bestimmen schnitt ich denselben in der Mitte quer durch und legte beide Hälften abwechselnd voreinander auf einen halben Meter hin welcher in Centimeter und an dem einen Ende in Dixmillimeter getheilt war, und zwar so, dass ich mit dem ersten Streifen auf einem gewissen Theilstriche anfing und mit dem letzten auf dem in Dixmillimeter getheilten Centimeter aufhörte; hier konnte ich die Dixmillimeter ablesen und die Zehntel noch ohngefähr schätzen. Damit die Messingstreifen nicht erwärmt wurden gebrauchte ich 4 Zoll lange Nadeln, mit welchen ich dieselben vor einander hinschob und aufdrückte. Auf diese Weise konnte ich durch Wiederholung die Breite des schmalen Messingstreifens äusserst genau bestimmen, wie folgende Messungen beweisen.

Ordinate 44,4

Messung	Temp.	Multipl.	Werth	1fach	Mittel
1	20°	16	$0^{m}10262$	$0^{m}006414$	$0^{m}006414$
2	7°	23	0,14731	0,006405	
		24	0,15380	0,006408	0,006407
3	7°	24	0,15370	0,006404	
		25	0,15995	0,006398	0,006401
		Mittel			0,0064073

Die grösste Differenz der einzelnen Messungen vom Mittel ist $0^{m}000007$ oder $\frac{1}{915}$ des Ganzen.

Eben so bestimmte ich vermittelst zweyer andern Streifen Messing die Ordinaten 16,2 und 4,4. Ich erhielt:

Ordinate 16,2

Messung	Temp.	Multipl.	Werth	1fach	Mittel
1	20°	39	$0^{m}1056$	$0^{m}002708$	
		40	0,1083	0,002707	$0^{m}002708$
2	20°	19	0,0514	0,002705	
		20	0,0542	0,002710	
		22	0,0595	0,002704	0,002706
		Mittel			0,002707

Die grösste Differenz vom Mittel ist $0^{m}000001$ oder $\frac{1}{2707}$ des Ganzen.

Ordinate 4,4

Messung	Temp.	Multipl.	Werth	1fach	Mittel
1	7°	9	$0^{m}01060$	$0^{m}001180$	
		13	0,01540	0,001184	
		14	0,01660	0,001185	$0^{m}001183$
2	7°	18	0,02130	0,001183	
		19	0,02245	0,001182	
		20	0,02357	0,001178	
		21	0,02470	0,001176	
		24	0,02840	0,001183	
		25	0,02953	0,001181	0,0011805
		Mittel			0,0011815

Die grösste Differenz vom Mittel ist $0^{m}0000015$ oder $\frac{1}{787}$ des Ganzen.

Berechnet man aus Ord. 44,4 und 16,2 den Werth der Ord. 10,0 so erhält man . . . . $0^{m}00189366$

aus Ord. 16,2 und 4,4 hingegen . . . . $0{,}00190503$

Die Differenz der beiden berechneten Werthe beweist, dass die Abnahme der Ordinaten gegen die Spitze hin geringer wird, und dass folglich die Seitenflächen des Keils bey Ord. 10,0 etwas eingebogen sind, welches ohne Zweifel daher rührt, dass beim Schleifen der Keil in seiner Mitte am stärksten aufgedrückt wurde und das elastische dünne Ende sich in die Höhe bog.

Der wahre Werth der Ord. 10,0 liegt offenbar zwischen den beiden berechneten; nehmen wir daher das Mittel $= 0^{m}00189934$ als den wahren Werth dieser Ordinate an. Die geringe Differenz zwischen den beiden Werthen von ihrem Mittel nämlich $0^{m}0000006 =$ [illegible] der ganzen Ordinate zeigt übrigens dass die Biegung sehr unbedeutend ist.

W i e d e r h o l u n g.

Ordinate 44,4 $= 0^{m}0064073$
Ordinate 16,2 $= 0{,}0027070$
Ordinate 10,0 $= 0{,}0018993$
Ordinate 4,4 $= 0{,}0011815$

Wir wollen nun den Keil in 3 Stücke theilen, 1°) von Ord. 44,4 und darüber bis 16,2, 2°) von 16,2 bis 10,0 und 3°) von 10,0 bis 4,4 und darunter. Die Differenz von zwey aufeinander folgenden Ordinaten, welche wir D nennen wollen, ist:

in dem 1ten Theile von Ord. 44,4 bis 16,2 $D = 0^{m}00013115$ also
$\frac{1}{10} D = 0^{m}000013115$
in dem 2ten Theile von Ord. 16,2 bis 10,0 $D = 0^{m}00013024$ also
$\frac{1}{10} D = 0^{m}000013024$
in dem 3ten Theile von Ord. 10,0 bis 0,0 $D = 0^{m}00012821$ also
$\frac{1}{10} D = 0^{m}000012821$

C. Beschreibung des Comparateurs.

Im Anfange des Monats Oct. 1819 liess ich im Garten unsers Lyzeums an einem bedeckten Platze, der von der Sonne nie beschienen wird, zwey vierkantige Steine M N O P Tab I Fig. 1. in einer Entfernung von 4 Meter einmauern. Jeder Stein ist 1^m6 lang 0^m2 dick und ragt mit seinem etwas dünnern Theile 0^m22 über die Erde hervor. Auf diesen Steinen wurden 4 Wochen später zwey starke eiserne Stäbe ef, gh, von 0^m15 Länge zur Hälfte mit Bley so eingegossen, dass die zwey abgerundeten Kanten der an diese Stäbe geniedeten stählernen Keile c, d, in einer Entfernung von ohngefähr 4^m004 sich befanden und auf der geraden horizontalen Linie welche ihre Mittelpuncte verbindet senkrecht stunden.

Wenn die Stangen mit einander verglichen werden sollten, wurde eine nach der andern so auf den Comparateur gebracht, dass jedesmal die vertikale Kante der Stange der horizontalen des Comparateurs gegenüber stand und dass an den beiden Enden der Stange noch ein Raum übrig blieb welcher mit dem geom. Keil gemessen wurde. Die Stangen wurden mit den Normalpunkten des Comparateurs nie in Berührung gebracht, weil ich durch mehrere Versuche gefunden hatte, dass in diesem Fall auch bey der delikatesten Behandlung die Normalpunkte zurückgedrückt wurden. Damit die Steine des Comparateurs durch das Auflegen und Richten der Gehäusse nicht in Spannung geriethen, legte ich dem einen Ende des Gehäusses einen eisernen Zylinder n unter, auf dem sich dasselbe leicht bewegen konnte, während ich dem andern seine richtige Lage gab. Wollte ich eine Stange mehrmal messen, so durfte ich dieselbe nur zwischen den Normalpunkten des Comparateurs ein wenig verrücken und den geom. Keil an beiden Enden wieder einschieben. Die Summe der Ordinaten muss alsdann wenn kein Fehler vorgefallen ist, immer dieselbe seyn. Bey der Vergleichung zweyer Stangen ist die Differenz der Summen der Ordinaten gleich der Differenz der Stangen.

Die mit dem geom. Keil gemachten Messungen haben mich gelehrt, dass ich bey wiederholten Beobachtungen selten Differenzen von $\frac{1}{10}$ D im Ablesen der Ordinaten erhalte. Ich kann daher den wahrscheinlichen Fehler, welcher vom Ablesen herrührt bey dem Mittel aus mehrern Beobachtungen auf $\frac{1}{50}$ D oder auf $0^{m}0000065$ setzen und diess ist also auch die Genauigkeit meines Comparateurs *).

D. Vergleichung der Thermometer.

Die 5 Thermometer der Messstangen erhielt ich von Mechanicus Baumann in Stuttgardt, jedes mit dem Gefrier- und Siedpunkte versehen. Die Scalen zeichnete ich selbst so genau als möglich auf dünne mit Papier überzogene Brettchen, welche, wie oben bemerkt, bey der Thermometer-Kugel durchbrochen waren, damit das Quecksilber desto leichter die Temperatur der eisernen Stangen annehmen konnte.

Diese 5 Thermometer band ich um einen Stab, brachte sie in Quecksilber von einer gewissen Temperatur und las, während ich sie in gleicher Höhe umdrehend vor mich brachte, die Grade nach und nach auf einem jeden ab. Eine solche Beobachtung aller 5 Thermometer wiederholte ich mehrmahl, theils um die Fehler im Ablesen zu vermindern, theils um die Abnahme der Temperatur des Quecksilbers zu erfahren und die deswegen erforderliche Correction anbringen zu können.

---

*) Der Comparateur von Borda welcher zur Vergleichung der Platinastangen diente gab an . . . . $0^{m}000010$
der meinige . . . . 0 ,000006
der neue von Lenoir . . . . 0 ,000002
Mein Comparateur ist also 3mal genauer als der von Borda und hat vor dem Lenoir'schen, dem er an Genauigkeit nachsteht, den Vorzug der Einfachheit und Untrüglichkeit.

Aus der am 4ten May 1820 vorgenommenen Vergleichung, ergiebt sich nach angebrachter Correction wegen Abnahme der Temperatur des Quecksilbers

Stand der Thermometer

	Nro. 1	Nro. 2	Nro. 3	Nro. 4	Nro. 5
aus 3 Reihen . . .	9°5	9°5	9°8	9°7	9°5
„ 2 „ . . .	10,4	10,5	10,8	10,7	10,4
„ 3 „	14,4	14,7	15,0	14,75	14,5
„ 1 „	20,0	20,15	20,55	20,35	20,0

Die am 31ten July angestellten Beobachtungen geben

Stand der Thermometer

	Nro. 1	Nro. 2	Nro. 3	Nro. 4	Nro. 5
aus 8 Reihen . .	41°59	42°06	41 86	41°76	42°39
„ 9 „	38,64	38,93	39,24	38,80	38,53
„ 7 „ . .	34,34	34,61	34,98	34,49	34,24
„ 8 „ . . .	29,65	29,93	30,25	29,83	29,55
„ 7 „ . .	24,92	25,33	25,59	25,28	24,97

Bey 0° wurden die Thermometer nicht in Quecksilber verglichen, allein ihr Stand am 28ten Febr. und 5ten May beweist, dass der Eispunkt auf allen gut bestimmt ist.

Da die Thermometer N° 1 und N° 5 sowohl unter sich als auch mit einem 6ten, welches zugleich mit denselben in Quecksilber verglichen worden war, sehr gut übereinstimmen, so dürfen dieselben als die vollkommensten angesehen werden; ich setze daher den Stand der Thermometer bey gleicher Temperatur wie folgt:

Tabelle A.

Stand der Thermometer

	Nro. 1	Nro. 2	Nro. 3	Nro. 4	Nro. 5
bey 0°	0°0	0 00	0°00	0°00	0°00
„ 5	5,0	5,00	5,15	5,10	5,00
„ 10	10,0	10,10	10,40	10,30	10,00
„ 15	15,0	15,30	15,60	15,35	15,10
„ 20	20,0	20,15	20,55	20,35	20,00
„ 25	25,0	25,41	25,67	25,36	25,05
„ 30	30,0	30,28	30,60	30,18	29,90
„ 35	35,0	35,27	35,64	35,15	34,90
„ 40	40,0	40,29	40,60	40,16	39,89

E. Bestimmung der Ausdehnung und relativen Länge der Messstangen.

Bey den folgenden Vergleichungen wurden die 5 Messstangen nach der Ordnung ihrer Nummern auf den Comparateur gebracht; nach der fünften wurde die erste noch einmal gemessen, um von dem unverrückten Stand der Normalpunkte des Comparateurs während der Messungen versichert zu seyn. Jede Stange wurde gewöhnlich 4mal gemessen, vor der ersten und nach der letzten Messung wurde der Stand des Thermometers notirt. Die Vergleichungen wurden morgens zwischen 6 und 8 Uhr und nachmittags zwischen 2 und 4 Uhr vorgenommen, weil um diese Zeiten die Temperatur im Innern der Gehäusse den höchsten und niedrigsten Grad erreichte und sich fast unmerklich änderte. Als Beyspiel setze ich die Vergleichung vom 28ten Febr. hierher.

Vergleichung der 5 Messstangen am 28ten Februar 1820 morgens von $7\frac{1}{2}$ bis $8\frac{1}{4}$ Uhr

End der Stange	Nro. 1		Nro. 2		Nro. 3		Nro. 4		Nro. 5		Nro. 1	
	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.
1	0°6	18,2	0°9	15,1	0°7	14,7	0°6	15,8	0°7	17,2	0°4	16,0
2		11,7		14,6		17,5		16,8		14,7		13,8
1		12,3		14,9		19,3		12,0		14,8		17,1
2		17,7		14,7		12,9		20,7		17,1		12,6
1		15,0		12,6		15,0		15,3		19,7		14,5
2		14,9		17,0		17,2		17,3		12,2		15,3
1		12,7		15,4		18,4		19,4		15,8		12,6
2	0,6	17,3	0,9	14,2	0,6	13,8	0,5	13,2	0,6	16,1	0,4	17,2
Summe	1,2	119,8	1,8	118,5	1,3	128,8	1,1	130,5	1,3	127,6	0,8	119,2
Mittel	0,6	29,95	0,9	29,62	0,65	32,20	0,55	32,62	0,65	31,90	0,4	29,80

Diese Beobachtungen zeigen mit welcher Zuverlässigkeit die Stangen gemessen werden können, da die Summe der beiden Ordinaten des Keils bey den 4 Messungen derselben Stange bis auf $\frac{1}{10}$ D immer dieselbe ist. Um diese Zuverlässigkeit sicher zu erreichen, wird der Keil auf beide Mittelfinger frey aufgelegt und blos durch die Reibung, welche sein eigenes

Gewicht hervorbringt, eingeschoben. Die unten folgende Tabelle enthält die Mittel aller vom 2ten bis 14ten May 1820 vorgenommenen Vergleichungen der 5 Messstangen. Die Vergleichung vom 28ten so wie mehrere andere lasse ich unbenützt, weil dieselben vor der vollkommenen Feststellung und Regulirung der Normalpuncte gemacht worden waren.

Vergleichungen der 5 Messstangen.

Nro.	May	Nro. 1		Nro. 2		Nro. 3		Nro. 4		Nro. 5		Nro. 1	
		Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.	Thr.	Ord.
1	2. m.	3°15	27,37	3°3	26,95	3°3	29,55	3°35	30,09	3°2	29,42	» »	» »
2	2. n.	7,10	25,77	7,0	25,25	7,3	27,92	7,7	28,35	7,1	27,87	» »	» »
3	5. m.	1.20	28,42	1,0	28.05	1,05	30,85	1,0	31,25	1,2	30,62	1,45	28,37
4	5. n.	9,35	24,90	9,3	24,42	9,5	27,17	9,6	27,55	9,25	26,96	9,35	24,82
5	6. m	2,65	27,95	2,55	27,47	2,55	30,25	2,6	30,67	2,7	30,02	3,0	27,75
6	6. n.	10,0	24,70	10,0	24,20	10,2	26,80	10,4	27,25	10,0	26,62	10,0	24,60
7	11. n.	18,5	20,65	18,9	20,14	18,85	22,88	19,3	23,10	18,9	22,48	18,65	20,50
8	11. n.	18,7	20,52	19,0	20,05	19,4	22,50	19,1	23,15	18,9	22.50	18,7	20,52
9	12. m.	12,5	23,17	12,8	22,72	13,0	25.27	12,7	26,00	12,5	25,28	12,6	23,10
10	13. m.	12,4	23,20	12,7	22.80	12,9	25,32	12,65	25,97	12,5	25,37	12,6	23,17
11	13. n.	19,0	20,32	19,1	19,87	19,5	22,50	19,7	22,82	19,0	22,40	19,1	20,32
12	14. m.	11,8	23,45	11,9	23.05	12,0	25,62	11,5	26,35	11,65	25.67	11,9	23.35
Die Thermometerstände nach Tabelle A. pag. 13 corrigirt sind:													
1		3,45		3,3		3,15		3,25		3,2		» »	
2		7,1		6,9		7,0		7,5		7,1		» »	
3		1,2		1,0		1,05		1,0		1,2		1,45	
4		9,35		9,2		9,1		9,3		9,25		9,35	
5		2,65		2,55		2,55		2,6		2,7		3,0	
6		10,0		9,9		9,8		10,1		10,0		10,0	
7		18,5		18,7		18,3		18,95		18,9		18,65	
8		18,7		18,8		18,85		18,75		18,9		18,7	
9		12,5		12,7		12,5		12,5		12,5		12,6	
10		12,4		12,6		12,4		12,45		12,5		12,6	
11		19,0		18,9		18,95		19,35		19,0		19,1	
12		11,8		11,8		11,5		11,2		11,65		11,9	

Die Buchstaben m und n in der zweiten Colonne bedeuten morgens, nachmittags.

Vergleichen wir diejenigen Beobachtungen welche höchstens einen Tag von einander entfernt sind *), so erhalten wir die Ausdehnung für einen Grad Reaumur in D ausgedrückt.

Ausdehnung der Messstangen für 1° Reaumur.

Aus Beob. Nro.	Nro. 1	Nro. 2	Nro. 3	Nro. 4	Nro. 5	Nro. 1	Mittel
3 und 4	0,432	0,442	0,457	0,446	0,455	0,449	0,447
5 und 6	0,442	0,445	0,475	0,456	0,465	0,450	0,455
Mittel I.	0,437	0,443	0,466	0,451	0,460	0,449	(A) = 0,451
7 und 9	0,420	0,430	0,412	0,449	0,437	0,430	0,439
8 und 9	0,427	0,438	0,405	0,456	0,434	0,423	0,430
10 und 11	0,436	0,465	0,430	0,456	0,457	0,438	0,447
11 und 12	0,434	0,448	0,419	0,433	0,445	0,423	0,434
Mittel II.	0,429	0,445	0,416	0,448	0,443	0,428	(B) = 0,435
Mittel aus allen Beobachtungen.							
	0,432	0,444	0,432	0,449	0,449	0,435	(C) = 0,440

Die Differenzen der Mittel aus allen Beobachtungen sind so gering, dass man sie nicht wohl mit Zuverlässigkeit einer Verschiedenheit der Ausdehnung der einzelnen Stangen zuschreiben kann, wir haben auch keine Ursache eine solche Verschiedenheit zu vermuthen, weil das Eisen der Stangen aus demselben Büschel genommen worden war. Die Resultate (A) und (B) scheinen eine Verminderung der Ausdehnung bey höhern Graden anzuzeigen, allein ich halte die Anzahl der gemachten Beobachtungen für zu klein, um eine so unbedeutende Abnahme ausser Zweifel zu setzen. Wir wollen daher aus allen Beobachtungen das Mittel nehmen und die Ausdehnung einer Stange für 1° Reaumur gleich 0,440 setzen. Da der Keil im Mittel bey Ordinate 12,0 eingeschoben wurde und die Differenz

*) *Weiter als einen Tag von einander entfernte Beobachtungen wollte ich nicht vergleichen, weil ich gefunden hatte, dass nach langen Zwischenzeiten die Steine des Comparateurs nicht vollkommen unverrückt geblieben waren.*

von zwey auf einander folgenden Ordinaten daselbst gleich ist $0^{m}00013024$, so ist also die Ausdehnung einer Stange für 1° in Meter = 0,440 × $0^{m}00013024$ = $0^{m}00005728$, die Ausdehnung eines Meters folglich = $0^{m}00001432$.

Eine eiserne Stange von 20000 Meter oder beinahe 3 geographischen Meilen würde also bey einer Temperatur-Erhöhung von 1° um 0,00001432 × 20000 Meter = $0^{m}2864$ oder um 10½ Zoll, bey einer Temperatur-Erhöhung von 10° um $2^{m}864$ oder um 8 Fuss 10 Zoll länger werden.

Wendet man auf unsere Beobachtungen die Methode der kleinsten Quadrate an und nimmt die Beobachtungen Nro. 1 und 2 und Nro. 3 und 4 noch mit in die Berechnung auf, so erhält man folgende Resultate

Ausdehnung der Stangen

Nro. 1	Nro. 2	Nro. 3	Nro. 4	Nro. 5	Nro. 1
0,436	0,448	0,443	0,449	0,449	0,440

und die Ausdehnung aller Stangen = 0,444, also die Ausdehnung für 1 Meter = $0^{m}00001445$ *).

Für die Stange Nro. 1 haben wir zwey Resultate nämlich 0,436 und 0,440; nimmt man aus beiden das Mittel, so erhält man 0,438 und alsdann ist die Differenz der einzelnen Resultate vom Mittel

für die Stange	Nro. 1	Nro. 2	Nro. 3	Nro. 4	Nro. 5	
=	$-\frac{6}{444}$	$+\frac{4}{444}$	$-\frac{1}{444}$	$+\frac{5}{444}$	$+\frac{5}{444}$	des Ganzen.
=	$-\frac{1}{74}$	$+\frac{1}{111}$	$-\frac{1}{444}$	$+\frac{1}{89}$	$+\frac{1}{89}$	des Ganzen.

*) *Die Ausdehnung* 0,00001445 *ist zufällig bis auf die letzte Decimale ganz derjenigen gleich, welche Borda für die Toise du Perou und den auf dem Observatorium in Paris deponirten Meter prototype angibt (siehe Base du système métrique Tome III. page* 440 *und* 692). *Nach Laplace und Lavoisier ist die Ausdehnung des weichen geschmiedeten Eisens . . . .* = 0,00001526
die des weichen Stahles . . . . = 0,00001348
(*siehe Biot Traité de Physique Tome I. page* 158.)

Wir können daher ohne Anstand die grösste Ungewissheit der Ausdehnung der Stangen gleich $\frac{1}{70}$ der Ausdehnung selbst setzen.

Diese Ungewissheit hätten wir auch aus dem wahrscheinlichen Beobachtungsfehler des Comporateurs ableiten können; denn der letztere ist bey dem Mittel aus mehrern Messungen $= \frac{1}{20}$ D $=$ 0,05 D, die Ausdehnung der 4 Meter langen Stange bey einer Temperatur-Erhöhung von 8° ist $8 \times 0{,}440$ D $= 3{,}52$ D, folglich die Ungewissheit der Ausdehnung $= \frac{5}{352}$ $= \frac{1}{70}$ des Ganzen. *)

Die Ungewissheit des Coefficienten der Ausdehnung welche gleich ist $\frac{1}{70}$ des Ganzen beträgt

bey einem Meter für eine Temperatur-Veränderung von 1° .. $0^{m}000000204$
von 10° .. $0^{m}000002040$

bey 20000 Meter für eine Temperatur-Veränderung von 1° .. $0^{m}00408$
von 10° .. $0^{m}04080$

Die Ausdehnung 0,440 D oder $0^{m}00001432$ wurde bey allen unsern Berechnungen zum Grund gelegt, da aber die nach der Methode der kleinsten Quadrate gefundene Ausdehnung mehr Zutrauen verdient, so werde ich bey Fixirung des Endresultates auf letztere Rücksicht nehmen.

Um die **Differenzen der Stangen** zu erfahren, reduziren wir ver-

---

*) *Laplace setzt den mittlern Beobactungsfehler bey seinen Versuchen über die Ausdehnung der Metalle* $= \frac{2}{100}$ *Linien, das ist* $= 0^{m}0000450$. *Seine Stäbe waren* 6 *Fuss lang und wurden einer Temperatur-Veränderung von* 80° *unterworffen. Die Ausdehnung einer eisernen Stange von* 6 *Fuss oder* $1^{m}949$ *bey einer Temperatur-Erhöhung von* 80° *ist aber* $= 0^{m}0022123$. *Die Ungewissheit in der Ausdehnung ist also* $= \frac{0{,}0000450}{0{,}0022123} = \frac{1}{50}$ *des Ganzen. Unser Comporateur gibt also aus einer Temperatur-Veränderung von nicht mehr als* 8° *den Coefficienten der Ausdehnung wo nicht genauer doch wenigstens eben so genau, als der kolossale Apparat der französischen Naturforscher bey einer* 10*mal grössern Temperatur-Veränderung.*

mittelst des Coefficienten 0,440 die 5 Stangen bey einer jeden der zwölf oben angeführten Beobachtungen auf dieselbe Temperatur, nehmen von den beiden Resultaten der Stange Nro. 1 das Mittel und ziehen dieses von den Resultaten der übrigen Stangen ab. Wir erhalten auf diese Weise folgende Tabelle

Beobacht. Nro.	Tmp.	Stange Nro. 1	Stange Nro. 1	Nro. 1 Mittel	Stng. Nro. 2	Diff.	Stng. Nro. 3	Diff.	Stng. Nro. 4	Diff.	Stng. Nro. 5	Diff.
1	3,0	27,57	....	27,57	27,08	—0,49	29,62	+2,05	30,20	+2,63	29,51	+1,94
2	7,0	25,81	....	25,81	25,21	—0,60	27,92	+2,11	28,57	+2,76	27,91	+2,10
3	1,0	28,51	28,57	28,54	28,05	—0,49	30,84	+2,30	31,25	+2,71	30,71	+2,17
4	9,0	25,05	24,97	25,01	24,51	—0,50	27,21	+2,20	27,68	+2,67	27,07	+2,06
5	3,0	27,80	27,75	27,77	27,27	—0,50	30,05	+2,28	30,50	+2,73	29,89	+2,12
6	10,0	24,70	24,60	24,65	24,16	—0,49	26,71	+2,06	27,29	+2,64	26,62	+1,97
7	18,5	20,65	20,57	20,61	20,23	—0,38	22,79	+2,18	23,30	+2,69	22,65	+2,04
8	18,5	20,61	20,61	20,61	20,28	—0,33	22,65	+2,04	23,26	+2,65	22,67	+2,06
9	12,0	23,39	23,36	23,37	23,03	—0,33	25,49	+2,12	26,22	+2,85	25,50	+2,13
10	12,0	23,37	23,43	23,40	23,06	—0,34	25,49	+2,09	26,17	+2,77	22,57	+2,17
11	18,5	20,54	20,58	20,56	20,04	—0,52	22,70	+2,14	23,19	+2,63	22,62	+2,06
12	12,0	23,36	23,31	23,34	22,96	—0,38	25,40	+2,06	26,00	+2,66	25,47	+2,13
Mittel der Differenzen						—0,447		+2,136		+2,700		+2,079

Die Stange Nro. 2 ist also gleich der Stange Nro. 1 + 0,447 D
Die Stange Nro. 3 . . . . = Stange Nro. 1 — 2,136 D
Die Stange Nro. 4 . . . . = Stange Nro. 1 — 2,700 D
Die Stange Nro. 5 . . . . = Stange Nro. 1 — 2,079 D
und da D = 0^{m}00013024 ist, so ist:

Die Stange Nro. 2 . . . . = Stange Nro. 1 + 0^{m}0000582
Die Stange Nro. 3 . . . . = Stange Nro. 1 — 0,0002782
Die Stange Nro. 4 . . . . = Stange Nro. 1 — 0,0003516
Die Stange Nro. 5 . . . . = Stange Nro. 1 — 0,0002708

Die Reduction der 5 Stangen auf Nro. 1 = — 0^{m}0008424

Die Ungewissheit dieser Reduction können wir höchstens auf $\frac{1}{10}$ D oder 0^{m}0000130 setzen. Der Einfluss dieser Ungewissheit auf einen Meter ist = 0^{m}00000162, auf 20000 Meter = 0^{m}0324.

F. Absoluter Werth der Messstangen.

Da mir zur Bestimmung meiner Messstangen eine Vergleichung mit den Münchner Messstangen nicht gestattet wurde, so sah ich mich vor der Hand auf einen messingenen Meter von Lenoir beschränkt. Durch mehrere Vergleichungen fand ich, dass dieser Meter 4mal abgeschoben bey einer Temperatur von 16° um 0,44 D kleiner war als die Stange Nro. 1 und dass derselbe also von dem 4ten Theil dieser Stange nur um $0^{m}0000143\bar{2}$ oder um so viel differirt, als die Ausdehnung eines eisernen Meters bey einer Temperatur-Erhöhung von 1° beträgt. Die Länge eines ordiären messingenen Meters ist aber schwerlich auf eine solche Kleinigkeit sicher, ich habe daher den 4ten Theil der Stange Nro. 1 als einen provisorischen Meter angenommen und werde in der Folge alle Maase in solchen Metern angeben. Erst im letzten Abschnitt werde ich die Reduction auf wahre Mètres définitifs vornehmen, weil ich bereits alle Dreiecke berechnet hatte, als ich Gelegenheit fand, meine Stange Nro. 1 mit dem Meter Etalon des k. topographischen Bureau in München zu vergleichen.

G. Bestimmung der Inclination der Stangen und ihrer Reduction auf den Horizont.

Das Niveau wurde wie gewöhnlich durch Umwenden rectifizirt, und alsdann die Messingblättchen s's' Fig. 4. welche demselben auf der Mitte der Gehäusse zur Unterlage dienen, mit den Achsen der eisernen Stangen parallel gemacht. Um die Reduction einer schiefliegenden Stange auf den Horizont zu finden, setzt man das Niveau auf die Stange, schiebt, wie schon oben gesagt worden, den geom. Keil an dem tiefer liegenden Ende des Niveaus unter, bis dasselbe horizontal steht und notirt die entsprechende Ordinate des Keils. Aus dieser Ordinate und der Länge des Lineals des Niveaus wird alsdann die Reduction auf folgende Weise berechnet.

Die Länge des Lineals des Niveaus sey = l, die Länge der untergeschobenen Ordinate = h, die Länge der Messstange = L, die Erhöhung der Messstange an dem einen Ende = H, die Reduction der Stange auf den Horizont = R, so ist

$$R = L - \sqrt{L^2 - H^2} = L - L + \frac{H^2}{2L} + \frac{H^4}{8L^3} + \ldots = \frac{H^2}{2L} + \frac{H^4}{8L^3} + \ldots \text{ oder } = \frac{H^2}{2L}$$

weil $\frac{H^4}{8L^3} + \ldots$ so klein ist, dass es ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden kann *). Es ist aber $l : h = L : H$, folglich $H = \frac{Lh}{l}$; substituirt man diesen Werth in den obigen Ausdruck, so erhält man $R = \frac{Lh^2}{2l^2}$. Nun ist $L = 4$ Meter und l, wie sich aus mehreren Messungen ergibt, sehr genau $= 0^m2200$; also wird $R = \frac{4h^2}{2 \times (0{,}22)^2}$ $= \frac{h^2}{2 \times (0{,}11)^2}$ oder $R = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{0{,}11}\right)^2$, ein sehr einfacher Ausdruck für die Reduction einer Stange von 4 Meter, worin h die entsprechende Ordinate des Keils in Meter bedeutet. Nach dieser Formel habe ich für jede ganze Ordinate die entsprechende Reduction berechnet, und die Reduction für die Zehntel-Ordinaten durch Interpolation bestimmt.

Durch mehrere Versuche fand ich, dass, wenn der geom. Keil um eine ganze Ordinate tiefer unter das Niveau eingeschoben wird, die Luftblase sich um 10 Linien weiter bewegt. Die Differenz von zwey auf einander folgenden Ordinaten entspricht aber einem Elevations-Winkel von 2 Minuten, weil $\frac{0^m000130}{0{,}220000} = 0{,}000590 = \text{Sin } 2'$. Eine Linie des Niveaus entspricht also 12″ und die Inclinations-Winkel können demnach vermittelst des geom. Keils auf 12″ genau gemessen werden. Den Einfluss eines Fehlers von $\frac{1}{10}$ D im Unterschieben des Keils kann man leicht bestimmen. Die Reduction auf den Horizont

*) *Dass in dem Ausdruck von R das Glied $\frac{H^4}{8L^3}$ so wie alle folgenden als unbedeutend vernachlässigt werden können, erhellt daraus, dass diese vernachlässigten Glieder selbst bey Ord. 40,0 nicht 0^m0000025 betragen.*

ist bey Ord. 40,0 = $0^m0014031$, bey Ord. 10,0 = $0^m0001491$
bey Ord. 40,1 = 0,0014094, bey Ord. 10,1 = 0,0001512

Die Differenz ist bey Ord. 40,0 = $0^m0000063$ bey Ord. 10.0 = $0^m0000021$ *).

II. ABSCHNITT.

Messung der kleinen Basis.

In dem vorhergehenden Abschnitt habe ich alle Theile meines Messapparates beschrieben und die Grenze ihrer Fehler bestimmt, wir können nun zu den beiden Basis-Messungen übergehen. Die kleine Basis wählte ich auf dem Damme, welcher von dem sogenannten Davidsbrunnen bis zum Rheindamme hinzieht, und die Grenze zwischen der Gemarkung von Speyer und Berghausen bildet. Dieser Damm ist sehr alt und stark, und wird von dem Rheindamme gegen den Rhein geschützt.

An beide Endpunkte der Basis wurden am 17ten Juny 1820 zwey vierkantige Steine a Fig. 6' Taf. I. eingemauert. Die obere Fläche dieser Steine liegt einen Fuss tief unter der Oberfläche MN des Damms. In der Mitte sind messingene Zylinder b eingegossen, deren vertikale Achsen die Endpunkte der Basis genau bezeichnen. Ein Deckel von Stein, sichert diese Zylinder gegen Verletzungen. Nach vollendeter Triangulation wurden die Endpunkte mit grossen Platten überdeckt. Auf jeder Platte ruht ein Würfel, welcher auf der südlichen Seite die Inschrift trägt: **Endpunkt der kleinen Basis**; auf der nördlichen ist auf dem einen der Buchstab A, auf dem andern der Buchstab B eingegraben. Die Punkte C, E, W, N wurden auf eine ähnliche Weise durch schwächere Steine bezeichnet.

---

*) *Zur Messung der grössten Inclinations-Winkel, welche bey den Basismessungen vorkamen, war der geom. Keil noch dick genug, da ich aber auch die kleinsten Inclinationen nicht vernachlässigen wollte und zu diesen der Keil an*

1te Messung der kleinen Basis.

Die erste Messung der kleinen Basis sollte den 15ten July an einem Samstage vorgenommen werden. Mit Sonnenaufgang war aller Apparat, Messstangen, Theodolith, Pfähle etc, von den Zöglingen des Lyzeums an Ort und Stelle gebracht worden. Die Messung wurde zweymal angefangen, musste aber jedesmal wegen vorgefallener Fehler wieder aufgehoben werden. Unterdessen rückte ein Gewitter-Regen heran, und vereitelte auch noch unsere Hoffnung, wenigstens ein Stück der Basis an diesem Tage messen zu können. Es wurde daher beschlossen in einem aufgeschlagenen Zelte die Instrumente die Nacht hindurch zu bewachen und den folgenden Tag mit dem frühesten Morgen die Messung wieder zu beginnen. Am Abend wurde noch der ganze Vorrath von Pfählen, in den Damm eingeschlagen. Auf diese Pfähle, welche 2 Fuss lang, 3½ Zoll dick und oben mit einem Brettchen zur Aufnahme der Stangen versehen sind, wurden die Stangen nach der Ordnung ihrer Nummern so gelegt, dass immer zwey mit ihren Enden auf demselben Pfahle ruhten, nur die Stange N° 5 lag auf 2 eigenen Pfählen isolirt. (Man sehe fig. 6. Tab. I.) Die Pfähle waren einen Fuss tief fest in den Boden eingeschlagen und gaben den Stangen ein äusserst sicheres Lager. Die Enden der Stangen wurden nicht mit einander in Berührung gebracht, weil eine vollkommene Berührung schwer zu erkennen ist und leicht eine Verrückung der Stangen verursacht, sondern es wurde ein kleiner Zwischenraum zwischen denselben gelassen, der mit dem geom. Keil gemessen wurde. Zwey gegenüber liegende Kanten mussten zu diesem Zweck immer in gleiche Höhe gebracht werden, diess bewirkte ich durch dünne hölzerne Keilchen, welche auf beiden Seiten unter die Gehäusse geschoben wurden.

---

seiner Spitze nicht dünn genug war, so verfertigte ich noch ein anderes sehr dünnes Keilchen und berechnete für die Ordinaten desselben eine eigene kleine Reduktions-Tabelle.

Um die Stangen während der Messung immer in der Vertikal-Ebene der beiden Endpunkte der Basis zu erhalten, wurden an diesen Endpunkten und an 3 Zwischenpunkten dünne Visirstäbe eingesteckt, nach welchen die Stangen, vermittelst der auf denselben befindlichen Stifte genau gerichtet wurden. Durch Vor- und Rückwärts-Visiren über die erste und letzte Stange versicherte ich mich, dass ich nie merklich aus der abgesteckten Vertikal-Ebene abwich. Um die gedachten Visirstäbe genau in die Vertikal-Ebene der beiden Endpunkte der Basis zu bringen, stellte ich, 30 Meter vom östlichen Endpunkte entfernt, den Theodolith so auf, dass das wie ein Passagen-Instrument sich bewegende Fernrohr die beiden Endpunkte der Basis mitten durchschnitt, alsdann liess ich die Zwischenstäbe so einstecken dass sie von dem Vertikalfäden des Fernrohrs bedeckt wurden. Diese Absteckung der Basis war schon am vorhergehenden Tage mit grosser Sorgfalt vorgenommen worden, wir konnten daher sogleich die Messung anfangen.

Nachdem alle 5 Stangen nach der Ordnung ihrer Nummern so gelegt waren, dass die Stange N° 1 mit ihrem ersten Ende, welches auf einer Querlatte ruhte, ziemlich vertikal über dem östlichen Endpunkt der Basis sich befand; wurde dieses Ende alsdann so lange hin- und hergerückt bis ein von demselben herabhängendes Senkel genau über dem Mittelpunkte des messingenen Zylinders schwebte. Nun wurden die Zwischenräume der Stangen mit dem geom. Keil gemessen, die Thermometer abgelesen und die Inclination mit dem Niveau beobachtet. Hierauf wurde die Stange N° 1 abgenommen, vor N° 5 hingelegt und genau eingerichtet, der Keil nach N° 5 *provisorisch* eingeschoben und das Thermometer N° 1 abgelesen. Jetzt erst wurden auch die Stangen N° 2, 3 und 4 eine nach der andern abgenommen, vorgetragen und genau eingerichtet. Der Keil wurde nun zum 2ten mal und zwar *definitiv* nach N° 5 eingeschoben; nachdem Keil, Temperatur und Inclination auch bey den übrigen Stangen notirt war, wurde N° 5 vorgetragen und Keil, Temperatur und Inclination auf-

geschrieben, und so fort von Lage zu Lage. Die beiden Journale wurden nach jeder Lage mit einander verglichen. Der eine Secretär hatte zugleich das Geschäft, mich im Abtragen der Stangen zu unterstützen.

Ich habe oben bemerkt, dass die Stange N° 5 auf zwey eigene Pfähle isolirt gelegt wurde, diess geschahe damit sie beim Abtragen, Wiederauflegen und Einrichten der übrigen Stangen nicht aus ihrer Lage verrückt wurde. Obgleich eine solche Verrückung bey der Festigkeit unserer Pfähle von geringer Bedeutung gewesen wäre, so hielt ich es doch für meine Pflicht einen Fehler zu vermeiden, dessen Grösse ich auf keine Weise hätte bestimmen und in Rechnung nehmen können. Den Keil nach N° 5 provisorisch einzuschieben, war eine Vorsichts-Maassregel, zu welcher ich durch die am vorhergehenden Tage vorgefallenen Fehler veranlasst worden war. Ich hatte nämlich aus Versehen die Stange N° 5 abgehoben noch ehe der Keil nach dieser Stange notirt war, und musste desswegen die ganze Messung wieder von Neuem anfangen. Wäre der Keil provisorisch eingeschoben gewesen, so hätte ich diesen können als definitiv gelten lassen. Die kleinen Differenzen, welche sich in den beiden Keilen nach Nro. 5 in den Journalen zeigen, rechtfertigen übrigens die Isolirung der fünften Stange.

Ich bemerke hier noch, dass die Thermometer beim Ablesen der Grade im Schatten erhalten, und die hervorragenden Enden der eisernen Stangen durch Pappendeckel gegen die Sonnenstrahlen geschützt wurden.

Um 1 Uhr war auf die eben beschriebene Weise die halbe Basis gemessen. Während des Mittagessens blieben die Stangen in der Ordnung N° 2, 3, 4, 5, 1 liegen. Um 2½ Uhr wurde wieder angefangen und ohne Unterbrechung bis zum Abend fortgefahren; um 8 Uhr hatten wir den westlichen Endpunkt erreicht. Nach der Stange N° 4 der 43ten Lage wurde ein mit der Stange N° 1 genau verglichener halber Meter von Eisen auf einer horizontalen Latte 5mal abgeschoben; das letzte Ende fiel auf den in Centimeter eingetheilten messingenen halben Meter, welcher vorher

auf dieselbe Latte so gelegt worden war, dass das über einen bestimmten Theilstrich herabhängende Senkel genau auf den Mittelpunkt des messingenen Zylinders fiel. Das Ende des halben Meters von Eisen wurde auf dem messingenen Meter mit mit einem feinen Strich bemerkt. Diese Operation wurde noch 2mal wiederholt und konnte bey dem hellen Himmel sehr gut vorgenommen werden.

So war die ganze Basis-Messung in einen Tage ohne Hinderniss und ohne einen mir bekannten Fehler glücklich vollendet. Der frühe Morgen war neblicht, der übrige ganze Tag heiter, selten spürte man den sehr schwachen Nordwind, der Abend war der Vollendung besonders günstig.

Zum Schlusse setze ich noch die Vergleichung des am Ende der Messung gebrauchten halben Meters von Eisen hieher.

Bestimmung des halben Meters von Eisen
vorgenommen am 14ten July 1820.

1te Vergleichung.

Messstange Nro. 1.	Th. 16°6	Ord. 10,45	Der halbe Meter 8mal abgeschoben lässt einen Raum übrig, den der Keil bey Ord. 21,1 ausfüllt.
		„ 11,05	
		„ 8,45	
	„ 16°7	„ 13,05	Stand des freien Thermometers
Mittel . .	16°7	21,50	= 17°0

2te Vergleichung

Messstange Nro. 1.	Th. 16°4	Ord. 11,85	Der halbe Meter 8mal abgeschoben lässt einen Raum übrig, den der Keil bey Ord. 21,6 ausfüllt; eine 3te Abschiebung des halben Meters gibt 21,0
		„ 9,7	
		„ 9,5	
		„ 12,15	
Mittel . .	16°4	21,60	

Reduzirt man die Stange Nro. 1 auf 17°4 als die wahrscheinliche Temperatur des halben Meters, weil derselbe beim Abschieben nothwendig etwas erwärmt werden musste, so erhalten wir

1° Temp. 17°4 Stange Nro. 1 Ord.	21,15	1° 8 halbe Meter Ord.	21,1
2° „ 17,4 „ „ „	21,14	2°	21,6
Mittel . . .	21,15	3°	21,0
		Mittel . . .	21,23

Die Differenz 0,08 ist unbedeutend

Aus diesen Vergleichungen ergibt sich, dass der halbe Meter von Eisen dem 8ten Theile der Stange N°. 1 oder einem halben provisorischen Meter gleich gesetzt werden kann.

Berechnung der Basis.

Die ganze Länge der Basis besteht, nach dem, was vorausgegangen ist, bey der zu bestimmenden mittleren Temperatur aus folgenden Stücken:

a.) aus 42 Lagen und 4 Stangen oder 214 Stangen.
b.) aus 5 halben Metern von Eisen.
c.) aus einem Stück des messingenen halben Meters
d.) aus der Summe der Keile
e.) aus der Dicke des Silberdrathes des Senkels.

Hieran sind folgende Reductionen anzubringen:

f.) die Reduction aller Stangen auf die Stange N° 1
g.) die Reduction der Stangen auf den Horizont
h.) die Reduction der 5 halben Meter von Eisen auf die mittlere Temperatur der Messung.

a.) 214 Stangen sind 856 provisorische Meter. Die Reduction dieser Stangen auf die Stange Nro. 1 und auf den Horizont kommt unter f.) und g.) vor.

b.) der halbe Meter von Eisen ist, wie wir oben gesehen haben, einem halben provisorischen Meter gleich und bedarf nur noch der Reduction auf die mittlere Temperatur der Messung.

c.) das Stück des messingenen halben Meters, welcher am End der Messung gebraucht wurde, war

nach der 1ten Beobachtung	0^m3097
nach der 2ten	0, 3100
nach der 3ten	0, 3099
Mittel	0^m30986

d.) Ich hatte bereits eine Tabelle gefertigt, welche für jede Ordinate des Keils von Zehntel zu Zehntel den entsprechenden Werth in Metern gab, als mir eine Methode einfiel, den Werth aller bey der Messung gebrauchten Ordinaten des Keils durch eine hochst einfache und genaue Rechnung zu erhalten. Ich stelle nämlich die gebrauchten Ordinaten nach den 3 verschienen Stücken des Keils in 3 Colonnen zusammen, berechne in jeder Colonne die mittlere Ordinate, (diess geschieht indem man die Summe aller Ordinaten durch ihre Anzahl dividirt) bestimme den Werth dieser mittlern Ordinate aus den zwey gemessenen Ordi-

naten, und multiplizire diesen Werth mit der Anzahl der Ordinaten. Die Summe der 3 so berechneten Produkte ist der Werth aller gebrauchten Ordinaten.

Der Keil wurde im Ganzen 210mal eingeschoben, denn es wurden 2 Stangen dreimal in unmittelbare Berührung gebracht. Keine dieser Berührungen fand bey der 5ten isolirten Stange Statt, eine kleine Verrückung wäre daher ohne allen Einfluss gewesen.

Von den 210 gebrauchten Ordinaten liegen vermöge des Journals

148 Ordinaten zwischen Ord. 46,0 und 16,2, ihre Summe ist . 3538,90
die mittlere Ordinate ist also 3538,90 : 148 . . . . = 23,9115

51 Ordinaten liegen zwischen 16,2 und 10,0 ihre Summe ist . 671,0
die mittlere Ordinate ist also 671,0 : 51 . . . . = 13,1570

11 Ordinaten liegen zwischen 10,0 und 0,0 ihre Summe ist . 90,9
die mittlere Ordinate ist also 90,9 : 11 . . . . = 8,2636

Nun erhält man den Werth der mittlern Ordinaten durch folgende Rechnung.

Es ist Ord. 16,2	= 0^m002707	. . . .	Ord. 23,9115
„ „ Ord. 44,4	= 0,006407	. . . .	Ord. 16,2
Diff. . . 28,2 D	= 0^m003700		Diff. . . . 7,7115 D

Nun sey x dasjenige, was zu dem Werth der Ordinate 16,2 hinzugesetzt werden muss, um den Werth der Ordinate 23,9115 zu erhalten, so ist offenbar

28,2 : 7,7115 = 0,003700 : x folglich x	= 0^m00101179	
hiezu den Werth der Ord. 16,2	0,00270700	
also Werth der Ord. 23,9115	0,00371879	
multiplizirt mit	148	
gibt den Werth aller 148 Ordinaten . .	= 0^m550381	= 0^m550381
Eben so erhält man den Werth der 51 Ordinaten welche zwischen 16,2 und 10,0 liegen, er ist		= 0^m117861
Der Werth der 11 Ordinaten zwischen 10,0 und 0,0 ist		= 0^m018443
Es ist also der Werth aller gebrauchten Ordinaten.		= 0^m686685

e.) Die Dicke des Silberdrathes des Senkels wurde in einer Leere mit dem geom. Keil gemessen und gleich 0,5 D also gleich . . . . . 0^m000065 gefunden. Ich hätte diese Dicke auch sehr leicht und noch genauer aus dem Gewicht einer gewissen Länge dieses Drathes bestimmen können, allein die obige Messung ist zu unserm Zweck hinlänglich genau. *)

---

*) *Es sey l die Länge, d der Durchmesser des Drathes, beide Grössen in Centimeter ausgedrückt, p das Gewicht in Grammen, s das spezifische Gewicht des Metalls, 1 : π das Verhältniss der Durchmessers zum Umfang, so ist*

$$d = 2 \sqrt{\left(\frac{p}{\pi s l}\right)}$$

f.) Die Reduction einer Lage von 5 Stangen auf die Stange Nro. 1 ist wie wir oben pag. 10 gefunden haben . . . . = — $0^{m}0008424$

Die Reduction für 42 Lagen ist also	. . . .	— $0^{m}0353808$
Die Reduction der Stange Nro. 1 der 43ten Lage ist	. . . . .	+ 0,0000000
„ „ „ „ Nro. 2 „ „ „ „	. . . . . .	+ 0,0000582
„ „ „ „ Nro. 3 „ „ „ „	. . . . . .	— 0,0002782
„ „ „ „ Nro. 4 „ „ „ „	. . . . . .	— 0,0003516
Also ist die Reduction aller Stangen auf die Stange Nro. 1	. .	= — $0^{m}0359524$

g.) Die Summe der Reductionen auf den Horizont beträgt . . . . — $0^{m}0575380$

Um die **mittlere Temperatur** der ganzen Messung zu erfahren, stellte ich in 4 Colonnen die Thermometerstände von 10° bis 15°, von 15° bis 20°, von 20° bis 25° und von 25° bis 30° zusammen, (unter 10° und über 30° kommt keine Temperatur vor) berechnete dann nach der pag. 13 angeführten Tabelle A die Correction einer Lage und zog diese mit der Anzahl der Lagen der Colonne multiplizirt von der Summe aller in der Colonne befindlichen Thermometerstände ab. Die 4 so reduzirten Summen mit der Anzahl aller Thermometerstände dividirt gab für die mittlere Temperatur der ganzen Messung 23°236 Reaumur.

Bey 4 Lagen oder 20 Stangen war die Temperatur zwischen 10° und 15°

Die Summe der Thermometerstände nach den Journalen = 253°2

bey 5 Lagen und 4 Stangen oder 29 Stangen war die Temperatur zwischen 15° und 20°

Die Summe der Thermometerstände . . . . 534°7

bey 12 Lagen oder 60 Stangen war die Temperatur zwischen 20° und 25°

Die Summe der Thermometerstände . . . . 1394°8

bey 21 Lagen oder 105 Stangen war die Temperatur zwischen 25° und 30°

Die Summe der Thermometerstände . . . . 2842°2

Nach Tabelle A pag. 13 ist die Reduction aller 5 Stangen

bey 0°	= — 0°00					
„ 5	= — 0,25	also zwischen	0°	und	5°	= — 0°125
„ 10	= — 0,80	„ „	5	„	10	= — 0,525
„ 15	= — 1,35	„ „	10	„	15	= — 1,075
„ 20	= — 1,05	„ „	15	„	20	= — 1,200
„ 25	= — 1,49	„ „	20	„	25	= — 1,270
„ 30	= — 0,96	„ „	25	„	30	= — 1,225

Es ist also die Reduction von 4 Lagen zwischen	10	und 15°	=	— 4,30
„ „ 6 „ „	15	„ 20	=	— 7,20
„ „ 12 „ „	20	„ 25	=	— 15,24
„ „ 21 „ „	25	„ 30	=	— 25,62

folglich ist

bey 20 Stangen die Summe der Thermometerstände . .	= 253,2 — 4,3	=	248,9
„ 29 „ „ „ „	= 534,7 — 7,2	=	527,5
„ 60 „ „ „ „	= 1394,8 — 15,2	=	1379,6
„ 105 „ „ „ „	= 2842,2 — 25,6	=	2816,6
bei 214 Stangen die Summe der Thermometerstände . .	= 5024,9 — 52,3	=	4972,6

4972,6 mit 214 dividirt gibt die mittlere Temperatur 23°236 Reaumur.

h.) Nun ist noch der halbe Meter von Eisen, welcher am Abend bey einer Temperatur von 17°2 5mal abgeschoben wurde, auf die mittlere Temperatur 23°236 zu reduziren. Die Ausdehnung eines Meters Eisen haben wir für 1° gleich 0,0000143 gefunden, die Ausdehnung von 5 halben Metern für 6° ist also 0^{m}000148.

W i e d e r h o l u n g

a.) 214 Stangen	856^{m}000000
b.) 5 halbe Meter	+ 2,500000
c.) Stück des messingenen halben Meters	+ 0,309860
d.) Summe der Keile	+ 0,686685
e.) Dicke des Silberdrahtes	+ 0,000065
f.) Reduction aller Stangen auf die Stange N° 1	— 0,035952
g.) Reduction aller Stangen auf den Horizont	— 0,057538
h.) Reduction der fünf halben Meter auf 23°236	— 0,000215
Länge der Basis bei 23°236 Reaumur	= 859^{m}402905

IIte M e s s u n g.

Die 2te Messung wurde am 29ten und 30ten September 1820 vorgenommen. Diessmal wurde von Westen gegen Osten gemessen, übrigens aber ganz nach der oben angegebenen Methode verfahren. Um 8 Uhr wurde angefangen, um 6 Uhr Abends waren 20 Lagen gemessen. Das Ende wurde auf einem zwischen der Stange Nro. 5 und Nro. 1 eingeschlagenen mit einem Blättchen Bley versehenen Pfahle durch das Senkel be-

zeichnet. Die Nacht hindurch blieben die Stangen in der Ordnung Nro 2, 3, 4, 5, 1 auf ihren Pfählen liegen und wurden nebst dem übrigen Apparate bewacht. Am andern Morgen lagen sie noch unverrückt; diess beweisen folgende Umstände. 1.) Am Abend war die Temperatur 10°8 am Morgen nur 0°8, dagegen waren die Ordinaten des Keils im Mittel um 4,3 D gewachsen. Eine Temperatur-Veränderung von 10° entspricht aber 4,4 D, die Differenz ist nur 0,1 D und folglich ganz unbedeutend. 2.) Das Senkel fiel am Morgen nicht mehr auf den bezeichneten Punkt allein die Abweichung entsprach vollkommen der Zusammenziehung der Stange durch die Kälte.

Den 2ten Tag wurde die Messung wieder fortgesetzt und am Abend um 4 Uhr auf dieselbe Weise wie die erste geendigt, ohne dass man sich eines vorgefallenen Fehlers hätte erinnern können. Beide Tage waren heiter, nur am frühen Morgen war die Erde mit einem dichten Nebel bedeckt; der Wind wehte schwach von Norden.

Zwey Tage nach jeder der beiden Messungen wurden die Journale, welche unterdessen in den Händen der Secretäre geblieben waren, mit Dinte geschrieben, verglichen und von mir sowohl als den beiden Secretären unterzeichnet. Das eine Journal wurde dem einen derselben in Verwahrung gegeben, das andere behielt ich zu meinem Gebrauche. *)

Bey der endlichen Vergleichung der beiden Journale der zweiten Messung fand sich eine Differenz in der Ordinate eines Keils beim Niveau Lage 2 Stange Nro. 4; in dem einen Journal steht Ord. 21,8 in dem andern 31,8. Die entsprechenden Reductionen sind $0^m0004894$ und $0^m0009333$;

---

*) *Eine Abschrift dieser sowohl als auch der Winkeljournale werde ich mit Vergnügen einem Jeden mittheilen, der mir seinen Wunsch in dieser Beziehung äussern wird.*

nehmen wir das Mittel aus beiden, so bleibt nur eine Ungewissheit von $0^{m}000222$.

Berechnung der 2ten Messung.

Die Berechnung der ersten Messung war von mir gemacht und von Hrn. G. Straus, einem sehr eifrigen und talentvollen Zögling unsers Lyzeums wiederholt worden. Das Resultat wurde mehreren Freunden der Mathematik mitgetheilt, mit der Bemerkung dass die folgende Messung, keinen Centimeter von der ersten differiren dürfe, weil ich von meinem Apparate, nach einer vorläufig gemachten Wahrscheinlichkeits-Rechnung, eine weit grössere Genauigkeit erwarten könnte; im entgegengesetzten Falle aber wäre ich entschlossen, eine 3te Messung der Basis vorzunehmen.

Nun setzte ich mich nach vollendeter 2ten Messung mit Herrn Straus zusammen, wir rechneten ein jeder für sich, verglichen unsere Data und einzelnen Resultate, und stellten nachdem wir im Ganzen kaum 4 Stunden gerechnet hatten, letztere zusammen wie folgt, das Endresultat mit pochendem Herzen erwartend:

a.) 214 Stangen	$856^{m}000000$
b.) 5 halbe Meter	+ 2,500000
c.) Stück des messingenen halben Meters	+ 0,308386
d.) Summe der Keile	+ 0,806786
e.) Dicke des Silberdrathes	+ 0,000065
f.) Reduction aller Stangen auf die Stange Nro. 1	— 0,035952
g.) Reduction aller Stangen auf den Horizont	— 0,052245
h.) Reduction der 5 halben Meter von 17° auf 13°0372 die mittlere Temperatur der Messung	+ 0,000143
i.) Reduction wegen einer kleinen Krümmung der Stangen (siehe unten)	— 0,000528
Länge der Basis bey 13°0372	859,526643

Reduziren wir beide Messungen auf 20° Rêaumur,

Die Ausdehnung des Eisens für 1° Reaumur ist	0,00001432
multiplizirt mit	859m5
gibt die Ausdehnung der Basis für 1°	= 0m012308
Die Reduction von 23°236 auf 20° ist demnach . . .	+ 0,039829
Nach der Iten Messung ist die Länge der Basis bey 23°236	= 859,402905
Ite Messung „ „ „ „ 20° .	= 859,442734
Nach der IIten Messung ist die Länge der Basis bei 13°0372	= 859,526643
Reduction von 13°0372 auf 20°	— 0,085700
IIte Messung . . . . bei 20°	= 859,440943
Mittel aus beiden Messungen	= 859m441838

Die Differenz der beiden Messungen unter sich ist . . = 0,001791 oder ¾ Linien.

Die Differenz der beiden Messungen vom Mittel ist nur . 0m000895 oder ⅖ Linie, das ist ohngefähr der millionste Theil des Ganzen. — Welcher Messkünstler könnte eine kleinere Differenz verbürgen?!

1.) Bei der zweiten Messung musste eine Correction wegen einer Krümmung der Stangen angebracht werden, welche bey der ersten Messung nicht Statt fand. Am ersten Tag der letzten Messung gegen Mittag bemerkte ich nämlich, dass die Gehäusse der Stangen eine kleine Krümmung durch die Sonnenstrahlen erlitten hatten. Diese Krümmung erhielt sich auch noch zum Theil am folgenden Tage, ohngeachtet die Stangen so umgekehrt wurden, dass die vorher im Schatten liegende Seite der Gehäusse nun der Sonne ausgesetzt war. Um die Wirkung dieser Krümmung mit in Rechnung bringen zu können, wurde eine Metallsaite an die eine sonst gerade Seitenfläche eines jeden Gehäusses angespannt und die Abweichung in der Mitte mit dem Keil gemessen.

Diese Abweichung war

in der letzten Hälfte des 1ten Tages					am 2ten Tage				
bey Stange Nro.	1	=	Ord.	16,0	bey Stange Nro.	1	=	Ord	15,2
„	2	=	„	31,0	„	2	=	„	12,0
„	3	=	„	35,0	„	3	=	„	27,0
„	4	=	„	18,0	„	4	=	„	20,0
„	5	=	„	0,0	„	5	=	„	7,0

Sehen wir die Krümmung als kreisförmig an (wir haben keinen Grund eine andere Gestalt vorauszusetzten) so ist die Correction für eine Stange ohne merklichen Fehler $= -\frac{Ord^2}{2}$ *).

---

*) *Die Correction ist eigentlich* $-\frac{Ord.^2}{2}\left(1+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^4}+etc\right)$ *denn in dem Bogen ADCEB fig. 7! sey die Sehne* $AB = l$, $CH = h$ $AC + CB = l'$, $DF = EG = h'$ $AD + CD + CE + EB = l''$ *und so fort;*

so ist $AH = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{HC}^2} = AC - \frac{\overline{HC}^2}{2AC}$, *weil HC in Beziehung auf AB sehr klein ist; oder* $\frac{1}{2} l = \frac{1}{2} l' - \frac{h^2}{l'}$ *also* $l = l' - \frac{2(h)^2}{l'}$

eben so ist . . . . $l' = l'' - \frac{2(h')^2}{l''}$

. . . . $l'' = l''' - \frac{2(h'')^2}{l'''}$

also $l + l' + l'' \ldots + l^{n-1} = l' + l'' \ldots + l^{n-1} + l^n - \frac{2(h)^2}{l'} - \frac{2(h')^2}{l''} - \frac{2(h'')^2}{l'''}$

oder l . . . . $l^n - \frac{2(h)^2}{l'} - \frac{2(h')^2}{l''} - \frac{2(h'')^2}{l'''}$ . . .

also . . . . $l^n - l = \frac{2(h)^2}{l'} + \frac{2(h')^2}{l''} + \frac{2(h'')^2}{l'''}$ . .

l^n *ist die Länge des Bogens wenn* $n = \infty$ *und folglich* $l^n - l$ *oder* $\frac{2(h)^2}{l'} + \frac{2(h')^2}{l''} + \frac{2(h'')^2}{l'''}$ *die gesuchte Correction. Da man in diesem Ausdruck ohne merklichen Fehler* $l = l' = l'' = l'''$ . . . . *setzen kann, und* $h' = \frac{1}{4} h$, $h'' = \frac{1}{4} h'$ . . ., *ist, (weil sich bey kleinen Bogen die Sinusversus verhalten, wie die Quadrate der Bogen) so wird derselbe* $= \frac{2}{l}\left(h^2 + \left(\frac{h}{4}\right)^2 + \left(\frac{h}{4^2}\right)^2 + \ldots\right)$ $= \frac{2h^2}{l}\left(1 + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^6}\right)$. *Unsere Messstangen sind aber 4 Meter lang, also* $l = 4$ *und* $h = Ord.$, *daher wird die Correction einer Stange in Meter* $\frac{Ord.^2}{2}\left(1 + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^4}\right)$ *oder wenn man die kleinen Brüche vernachlässigt* $= \frac{Ord^2}{2}$

Um mich zu versichern, dass die Messstangen durch die 1te Basis-Messung nicht gelitten hatten, nahm ich am 19ten Sept. 1820 eine Vergleichung vor. Das Mittel aus 4 Beobachtungen ist:

Stange	Nro. 1		Nro. 2		Nro. 3		Nro. 4		Nro. 5		Nro. 1	
	Therm.	Ord.	Therm.	Ord.	Therm.	Ord.	Therm.	Ord.	Therm.	Ord.	Therm.	Ord.
	12,8	23,0	12,85	22,78	12,7	25,43	12,5	26,15	12,17	25,44	12,43	23,16

Corrigirt man die Thermometerstände nach Tabelle A pag. 13 und reduzirt auf 12°o so erhält man

	12°o	23,35	23,06	25,52	26,24	25,49	23,35
Die Diff. sind		0,00	— 0,29	+ 2,17	+ 2,89	+ 2,14	+ 0,00
,, sollten seyn		0,00	— 0,44	+ 2,13	+ 2,70	+ 2,08	+ 0,00

Die Abweichungen sind so gering, dass man sie den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben und die Messstangen als vollkommen unverändert ansehen kann.

III. ABSCHNITT.

Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers der Basis-Messungen.

Im vorigen Abschnitte sagte ich, dass meine beiden Messungen nicht einen Centimeter von einander differiren dürften, weil ich eine grössere Genauigkeit von meinem Apparate erwarten könnte. Wir wollen nun sehen, ob meine Erwartung gegründet war oder nicht. Die weit geringere Differenz, welche zwischen beiden Messungen Statt findet, hat zwar dieselbe schon einigermaasen gerechtfertigt; allein da man eine solche Uebereinstimmung auch dem Zufalle zuschreiben könnte, so wollen wir die Fehlergrenze des Resultates unserer Messungen bestimmen. Diese Bestimmung wird sehr leicht seyn, da wir die Grenze der Fehler unseres Apparates und der Beobachtungen genau kennen.

1.) Den Einfluss einer Verrückung der Stangen können wir wegen der Festigkeit unserer Pfähle und wegen der Isolirung der Stange Nro. 5 gleich o setzen.

2.) Der Fehler in der Richtung der Stangen ist bey jeder Stange höchstens gleich der doppelten Dicke eines Visirstiftes $= 0^m004$. Der Einfluss dieses Fehlers auf eine Stange ist $\frac{0{,}004^2}{8} = 0^m000002$; auf 214 Stangen oder die ganze Basis also . . . . $= 0^m000428$

3.) Den Fehler beim Einschieben des Keils setze ich frühern Erfahrungen gemäss auf 0,05 D oder auf $0^m0000065$ *) für 214 Stangen also auf $0^m001391$

4.) Den Fehler beim Einschieben des Keils unter dem Niveau, können wir dem Einfluss gleich setzen, den ein Zehntel des Keils auf die Reduction hat **). Die Reduction einer Stange für die Ord. h ist, wie wir oben gesehen haben $= R = \frac{h^2}{2(0{,}11)}$. ändert sich h in h + dh so wird $R + dR = \frac{1}{2(0{,}11)} \cdot (h^2 + 2\,hdh)$ also $dR = \frac{2hdh}{2(0{,}11)} = \frac{hdh}{(0{,}11)}$. folglich die Summe aller Differenzen von $R = \int(dR)$

$$= \frac{dh}{(0{,}11)} \cdot (h + h' + h'' + h''' + \ldots)$$

Nun ist nach dem Journal der ersten Messung die Summe der Ordinaten $(h + h' + h'' + h''' + \ldots) = 0^m4454$ und dh ist nach

---

*) *Die berühmten Platinastangen der Franzosen sind an dem einen Ende mit einem Schieber versehen, welcher zur Messung der Zwischenräume dient. Der Nonius dieses Schiebers gibt* $\frac{1}{100000}$ *der Toise oder* $\frac{1}{200000}$ *der ganzen Stange an und vermittelst einer Loupe können nach Delambre noch Drittheile also* $\frac{1}{600000}$ *des Ganzen geschätzt werden. Der Beobachungsfehler mit dem geometrischen Keil ist* $\frac{1}{615000}$ *des Ganzen.*

**) *Ein Zehntel des Keils, so wie eine Linie des Niveaus, entspricht 12''. Das Niveau der Platinastangen gab die Neigung nur auf eine Minute genau, an das unsrige ist also 5mal empfindlicher.*

der Voraussetzung = 0,1 D = $0^m0000130$ folglich ist

$\int(dR) = \frac{0{,}4454}{(0{,}11)} \times 0{,}0000130 = 0^m0002393$, diess wäre also die Summe der Fehler der Reductionen auf den Horizont.

5.) Den Fehler beim Ablesen der Temperatur setze ich gleich 0°1 *) für die ganze Basis ist derselbe folglich = $0^m001231$

6.) Nehmen wir in dem Coefficienten 0,00001432, welchen wir oben für die Ausdehnung unserer Stangen gefunden haben, einen Fehler an, der dem 70ten Theil desselben gleich ist, so wird die Reduction der Basis für eine Temperatur-Veränderung von 10°, welche gleich ist 0^m12308, um $0^m001758$ fehlerhaft.

7.) Setzen wir auch den Fehler in jeder Thermometerscale gleich $\frac{1}{10}$ Grad, so wird der hieraus entspringende Fehler wie bey 5.) gleich $0^m001231$.

8.) Den Fehler im Absenkeln wollen wir der doppelten Fadendicke also gleich 0^m00130 setzen

9.) Der Fehler im Abschieben des halben Meters ist höchsens gleich 0,4 D = $0^m0000520$

Constante Fehler des Apparates, welche auf die Differenz der beiden Messungen keinen Einfluss haben können, sind:

10.) Der Fehler in der Bestimmung des absoluten Werths der Stange Nro. 1.

*) *Der Nonius der Metallthermometer der Platinastangen zeigte eine Verlängerung von 0,000009245 Toisen oder ohngefähr* $\frac{1}{200000}$ *des Ganzen an.* $\frac{1}{10}$ *Grad der Quecksilberthermometer meiner Stangen entspricht einer Verlängerung von 0,044 D das ist von* $0^m000005728$ *oder* $\frac{1}{700000}$ *des Ganzen. Die Quecksilberthermometer sind also* $3\frac{1}{2}$ *mal empfindlicher als jene Metallthermometer, dagegen nehmen sie nicht so leicht die Temperatur der eisernen Stangen an.*

Dieser ist, wie wir im letzten Abschnitt sehen werden, für einen Meter gleich $0^m00000162$ also für die kleine Basis $= 0^m001393$

11.) Der Fehler der Reduction der Messstangen auf die Stange Nro. 1. Dieser darf für alle 5 Stangen höchstens auf 0,1 D oder $0^m000130$ folglich für 43 Lagen höchstens auf $0^m000559$ gesetzt werden.

12.) Den Fehler des absoluten Werthes der Ordinaten des Keils haben wir oben für Ord. $44,4 = \frac{1}{914}$

für Ord. $16,2 = \frac{1}{2700}$

für Ord. $4,4 = \frac{1}{787}$ des Ganzen gefunden. Wir setzen den mittlern Fehler $= \frac{1}{830}$ des Ganzen. Da nun bey der ersten Messung die Summe aller Keile $= 0^m686$, bey der zweiten $= 0^m807$ war, so wird der Einfluss des Fehlers im absoluten Werthe des Keils auf die ganze Basis höchstens $= 0^m001000$.

Wiederholung.	Einfluss auf die kl. Basis	Einfluss auf einen Meter	Einfluss auf 20000 Met.
1.) Fehler wegen Verrückung der Stangen	$0^m000000$	$0^m00000000$	0^m0000
2.) Fehler in der Richtung der Stangen	0 ,000428	0 ,00000050	0 ,0100
3.) Fehler beim Einschieben des geom. Keils	0 ,001391	0 ,00000162	0 ,0324
4.) Fehler beim Niveau	0 ,000259	0 ,00000060	0 ,0120
5.) Fehler im Ablesen der Thermometer	0 ,001231	0 ,00000143	0 ,0286
6.) Fehler in der Ausdehnung der Stangen für 10°	0 ,001758	0 ,00000204	0 ,0408
7.) Fehler der Thermometerscalen . .	0 ,001231	0 ,00000143	0 ,0286
8.) Fehler im Absenkeln	0 ,000130	0 ,00000016	0 ,0032
9.) Fehler im Abschieben des halben Meters	0 ,000052	. . . . .	. . . .
10.) Fehler der Stange Nro. 1	0 ,001393	0 ,00000162	0 ,0324
11.) Fehler der Reduction aller Stangen auf die Stange Nro. 1	0 ,000559	0 ,00000065	0 ,0130
12.) Fehler des geom. Keils	0 ,001000	0 ,00000120	0 ,0240

Summiren wir alle Fehler welche auf die Differenz der beiden Messun-

gen Einfluss haben können, nämlich alle von Nro. 1 bis Nro. 9, so erhalten wir $0^m006460$ oder ¼ Zoll für die *Fehlergrenze*, innerhalb welcher eine jede unserer Messungen richtig seyn muss. Da es aber höchst unwahrscheinlich ist, dass alle Fehler ihr *Maximum* erreicht haben und alle auf *dieselbe Seite* gefallen sind, so können wir obige Fehlergrenze auf den dritten Theil herabsetzen. Der *grösste wahrscheinliche* Fehler unserer Messungen wird alsdann 0,002153. Dieser beweist, dass die Differenz $0^m001791$, welche zwischen den beiden Messungen wirklich Statt findet, ihre geringe Grösse nicht dem *Zufall* zu verdanken hat *).

IV. ABSCHNITT.

Messung der Winkel des Dreiecknetzes.

Zur Messung der Winkel wurde der in allen seinen Theilen vortrefflich ausgeführte 8zöllige astronomische Repetitionstheodolith des Lyzeums von Liebherr gebraucht. Diese Theodolithen sind zu allgemein bekannt, als dass ich über ihre Construction hier etwas zu sagen für nothwendig halten sollte. Ich erlaube mir nur einige Bemerkungen, welche sich blos auf unser Individuum beziehen. Der Limbus ist bekanntlich von 10 zu 10 Sekunden durch 4 Nonien getheilt, 5 Sekunden kann man sehr gut schätzen. Auf dem ganzen Umfang habe ich noch keinen Theilungsfehler entdeckt. Die Excentricität der beiden Kreise beträgt 20″, hat aber keinen

---

*) *Hätte ich meine Stangen auf 3 Fuss hohen Böcken, die blos in den Boden eingedrückt werden, in ununterbrochene Communication mit einander gebracht, statt sie auf fest eingeschlagenen Pfählen zu isoliren, so hätte ich nicht mit derselben Zuversicht die Uebereinstimmung meiner beiden Messungen erwarten können; denn wenn sich jeder Bock beim Auflegen, Abtragen und Richten der Stangen im Durchschnitt auch nur um die Dicke des feinsten Haares (um 1/2 Dixmillimeter) verrückt hätte so würde hierdurch in unserer Basis, welche 214 Stangen enthält, ein Fehler von 0^m0107 entstanden seyn. Wenn man diesen Fehler wegen wahrscheinlicher Compensation auch auf den 3ten Theil herabsetzte, so bliebe dennoch ein Fehler von 0^m00356, welcher die Summe aller übrigen Fehler unserer Messung weit übersteigen würde.*

Einfluss auf die Beobachtungen, wenn man zwey gegenüberstehende oder selbst, wie ich immer thue, alle 4 Nonien abliest. Die Neigung der Achsen der beiden Kreise beträgt nur 7″ und kann für 0 angesehen werden. Die Zapfen der Achsen des wie ein Passagen-Instrument sich bewegenden Fernrohrs sind so vollkommen gearbeitet, dass bey horizontalen Unterlagen die Neigung der Achse höchstens 3″ beträgt. Die beiden Fernröhre vergrössern 26mal; ihre optische Kraft ist so gross, dass man den Polarstern selbst um Mittag hinter den feinen Spinnenfäden sehen kann, welche ich in das Ocular eingezogen habe. Der eine dieser Fäden ist horizontal, die zwey andern vertikal und 32″ von einander entfernt; ihre scheinbare Dicke ist nicht 2″. Ich gab dem Fadennetz diese Einrichtung, weil sie den Vortheil gewährt, dass man beim Pointiren die Objecte nach Belieben hinter einen der Vertikalfäden oder zwischen beide bringen kann *). Die bewegliche Libelle, welche zum Horizontalstellen des Kreises und der Umdrehungs-Achse des Fernrohrs dient, war durch den Transport des Instrumentes von München bis Speyer zerbrochen worden, ich musste daher meine Zuflucht zu der Libelle von Baumann nehmen, die zur Bestimmung der Inclination der Messstangen gebraucht worden war. Diese Libelle wurde im Anfang und am Ende einer jeden Reihe von Beobachtungen nach Abnahme des Fernrohrs auf die Träger aufgesetzt und vertrat recht gut die Stelle der zerbrochenen.

Bey der Messung der Winkel lass ich anfangs nach jeder 10fachen Repetition, zuletzt aber, als ich sah dass gewöhnlich schon eine 5fache Repetition die stehende Sekunde gab, nach jeder 5fachen alle 4 Nonien ab. An den Beobachtungen auf ebener Erde, wo der Theodolith auf einem hölzernen Stativ aufgestellt war, musste ich gewöhnlich eine kleine Cor-

---

*) *Der Fehler wegen der Inclination der optischen Achse ist bey einer Inclination von 16″ (der halben Entfernung der beiden Vertikalfäden) durchaus unbedeutend, denn wenn das eine Object im Horizont, das andere, 10° über demselben liegt, was selten der Fall ist, so ist der Fehler nur 0″2.*

rection anbringen. Ich bemerkte nämlich sogleich bey der ersten Beobachtung im Freyen, dass der Theodolith nicht ganz unbeweglich stehen blieb, sondern einer Bewegung des übrigens sehr soliden Stativs folgte, welche gewöhnlich nach dem Lauf der Sonne von Osten nach Westen sich richtete. Um diese Bewegung mit in Rechnung zu nehmen, beobachtete ich ihre Grösse nach jeder 10- oder 5fachen Repetition eines Winkels am Versicherungsfernrohr und brachte im ersten Fall $\frac{1}{20}$ im letzten $\frac{1}{10}$ derselben als Correction im gehörigen Sinne an dem beobachteten Winkel an. Noch muss ich hier bemerken dass ich während der Messung eines Winkels im Freyen immer denselben Stand beybehielt, um nicht durch einen veränderlichen Druck meines Körpers dem Stativ eine Bewegung mitzutheilen, welche auf die Genauigkeit der Winkel sehr nachtheilig gewirkt hätte.

Hier ist als Beyspiel eine Reihe von Beobachtungen aus dem Winkeljournal.

Station N Narrenberg. den 6ten Oct. 1820 um 3 U. 15′.

Winkel : Domsignal (D′) und östliches Ende der Basis (B)

Nro. d. Journ.	Rep	° ′	I. Vern.	II.	III.	IV.	Summe	Diff.	Diff.	Einfacher Winkel	Corr.	Deutl.
192	0 5	0 0 40 35	+ 5 + 35	+ 18 + 30	− 15 + 17	− 15 + 25	− 7 107	114	28,5	8° 7′ 5″7 Bew. links 2″	− 0″2	1 1/2
193	5	idem 81 11 40 35	+ 10	+ 0	− 12	+ 5	+ 3	136	34,0	8° 7′ 6″8 Bew. rechts 2″	+ 0″2	1 1/2
194	Winkel westl. und östl. Ende der Basis											
	4	167 8 85 57	40	35	62	75	215	212	53	21° 29′ 28″2 Bew. links 2″	− 0″2	1
195	5	idem 274 35 107 27	50	85	87	65	287	72	18,0	21° 29′ 27″6 Bew. r. 12″	+ 1,2	1
196	5	idem 22 3 107 27	42	50	25	22	139	92	23,0	21° 29′ 28″6 Bew. links 5″	− 0,5	1/2
197	5	idem 129 31 107 27	5	− 7	− 5	17	10	111	27,6	21° 29′ 29″5 Beweg. 0″	+ 0,0	1/2

Nota. Durch 1 bezeichne ich eine sehr grosse durch 1/2 die grösste Deutlichkeit des Objekts.

Beschreibung der Dreieckspunkte.

Als Centrum des nördlichen Domthurmes nahm ich den Fuss des eisernen Kreuzes an. Die beiden Standorte des Theodolithen sind D' in der südwestlichen und D'' in der nordwestlichen Oeffnung. Die Lage dieser Punkte habe ich durch eine Messung von Aussen so genau als nur möglich bestimmt. Man sehe im folgenden Abschnitt die Bestimmung der Excentricitäten.

Zu Heiligenstein wurde die Mitte des Kreuzes als Centrum des Thurmes angenommen. Der Theodolith war in H' in der nördlichen Oeffnung auf dem äussern Rande des Mauerwerks aufgestellt. Man sehe die Bestimmung dieses Punktes im folgenden Abschnitt.

Zu Iggelheim diente als Signal die östliche der zwey mit runden Knöpfen versehenen Helmstangen, welche auf dem keilformigen Dache des reformirten Kirchthurmes sich befinden. Um Heiligenstein, den Dom und die Mannheimer Sternwarte von demselben Punkte sehen zu können, liess ich die östliche Seite des Daches durchbrechen und stellte den Thedolithen auf ein gut befestigtes Brett vor die Oeffnung hinaus. Man sehe den folgenden Abschnitt.

Ueber dem Mittelpunkte der Rotonde der Mannheimer Sternwarte befand sich noch das von Lämmle daselbst errichtete vierseitig pyramidalische Signal. Das Instrument stand westlich auf der Brustwehre der Plattform. Die übrigen Dreieckspunkte sind, wie schon früher bemerkt wurde, mit Steinen bezeichnet, in deren Mittelpunkt sich messingene Cylinder befinden. Diese Steine sind mehrere Fuss lang und liegen mit ihrer obern Fläche über einen Fuss tief unter der Oberfläche der Erde.

Signale.

Als Signale gebrauchte ich weisse Papierstreifen auf einem schwarzen Brette. Die Mitte des Papierstreifens war durch eine feine schwarze Linie bezeichnet, welche mit einem Senkel genau vertikal über dem Mittelpunkt

des messingenen Zylinders errichtet wurde. Auf eine Entfernung von 6000 Fuss erhielt der Streifen eine Breite von einem Zoll, so dass der vertikale Faden des Fernrohrs denselben auf beiden Seiten nur wenig hervorschimmern liess. Ich wählte diese Gestalt der Signale, weil die Beleuchtung keinen Einfluss darauf hat, und weil sie eine sehr scharfe Pointirung zulässt.

Zusammenstellung der gemessenen Winkel

Station Dom in D′

Winkel AD′B Nro. 1

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
2	20	2	19° 25′ 59″2	— 0″22
			59,2	— 0,22
9	5	2*	57,25	— 2,17
10	20	1	59,25	— 0,17
			59,25	— 0,17
15	10	1	58,2	— 1,22
26	10	1*	61,45	+ 2,03
27	20	1	60,2	+ 0,78
			60,2	+ 0,78
29	20	1	59,65	+ 0,23
			59,65	+ 0,23
	90	1 1/4	Mittel 59″42	

Winkel BD′W Nro. 2

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
3	10	3	34° 18′ 43,85	+ 0″24
4	10	2	43,45	— 0,16
5	10	2	41,6	— 2,01
8	10	2	44,35	+ 0,74
11	20	1	44,05	+ 0,44
			44,05	+ 0,44
30	20	1 1/2	43,75	+ 0,14
			43,75	+ 0,14
	80	1 3/4	Mittel 43,61	

Winkel AD′W Nro. 3

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
7	20	1 1/2	14° 52′ 44″2	— 0,13
			44,2	— 0,13
12	20	1	45,85	+ 1,52
			45,85	+ 1,52
31	30	1	43,4	— 0,93
			43,4	— 0,93
			43,4	— 0,93
	70	1 1/4	Mittel 44,33	

Winkel HD′W Nro. 4

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
14	20	1	15° 34′ 58″8	

Winkel BD′H Nro. 5

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
13	20	1	18° 43′ 45″6	

Winkel ND′A Nro. 6

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
34	20	1 1/2	12° 26′ 24″0	— 0″65
39	20	. .	25,3	+ 0,65
	40	1 1/2	Mittel 24,65	

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel

Winkel BD'N Nro. 7

32	20	1	6° 59' 35"3	+ 0"79
			35,3	+ 0,79
35	10	2 1/2*	32,7	— 1,81
36	5	. . *	29,8	— 4,71
37	20	1 1/2	33,65	— 0,86
			33,65	— 0,86
38	20	1	34,6	+ 0,09
			34,6	+ 0,09
	60	1,1/4 Mittel	34,51	

Winkel ND'H Nro. 7'

33	20	1	11° 44' 11"6

Station nördliches Signal in C

Winkel BCA Nro. 8

40	20	1 1/2	54° 31' 25"45

Winkel BCE Nro. 9

41	20	2	66° 22' 54"05

Winkel BCW Nro. 10

42	3	2 1/2*	99° 57' 59"5
43	10	1 1/2	56,25
	10	1 1/2 Mittel	56,7

Winkel ECW Nro. 11

44	20	1 1/2	33° 35' 1"6

Winkel ACW Nro. 12

45	10	2	45° 26' 32"3

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel

Winkel ACE Nro. 13

46	5	3*	11° 51' 30"35

Station westl. End der Basis in A

Winkel BAD' Nro. 14

50	20	2	83° 33' 20"6	— 1"1
			20,6	— 1,1
53	10	1 1/2	23,1	+ 1,4
62	10	2	22,6	+ 0,9
	40	1 3/4 Mittel	21,7	

Winkel CAW Nro. 15

51	20	1 1/2	94° 23' 46"2	— 0,35
			46,2	— 0,35
58	10	1 1/2	46,4	— 0,15
58	10	1 1/2	47,4	+ 0,85
	40	1 1/2 Mittel	46,55	

Winkel D'AW Nro. 16

52	10	1 1/2	99° 0' 2"0

Winkel BAE Nro. 17

54	11	1 1/2	116° 26' 47"7

Winkel EAW Nro. 18

55	10	2	60° 59' 47"4	+ 1,2
57	10	1 1/2	45,3	— 0,9
57	10	1 1/2	46,0	— 0,2
	30	1 3/4 Mittel	46,2	

Winkel BAN Nro. 19

56	10	2 1/2	70° 37' 54"65	+ 1,15
59	10	1 1/2	53,2	— 0,3
	20	2 Mittel	53,5	

**** Winkel D'AN Nro. 20**

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
60	10	2	154° 11' 47"8	

Winkel BAC Nro. 21

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
63	10	1 1/2	88° 9' 36"45	

**** Winkel EAC Nro. 22**

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
61	10	2	155° 23' 2 "8	
64	10	..	25,6	
66	10	..	34,5	

**** Winkel CAE Nro. 23**

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
65	10	..	204° 30' 26"3	

Station östl. Ende der Basis in B.

Winkel EBW Nro. 24

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
67	10	1 1/2	24° 13' 6"0	

Winkel WBC Nro. 25

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
68	10	2 1/2*	38° 28' 41"5	
138	10	1/2	10,2	
	10	1/2 Mittel	10,2	

Winkel EBC Nro. 26

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
70	10	1 1/2	62° 41' 17"0	

Winkel ABC Nro. 27

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
71	5	3*	37° 18' 50"0	

Winkel NBH Nro. 28

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
73	10	1	21° 40' 27"7	

Winkel HBW Nro. 29

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
72	10	1	65° 2' 56"0	+ 0"4
162	10	2	55,15	— 0,45
	20	1 1/2 Mittel	55,6	

**** Winkel HBD' Nro. 30**

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
74	10	1 1/2	143° 12' 47"0	
143	10	1/2	53,2	

Winkel ABD' Nro. 31

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
75	10	2*	77° 0' 34"9	— 2,50
140	10	1/2	37,37	— 0,03
	10	1/2 Mittel	37,4	

Winkel HBA Nro. 32

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
76	5	2	66° 12' 10"75	

Winkel NBA Nro. 33

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
136	10	1/2	87° 52' 38"47	+ 0,47
137	10	1/2	37,57	— 0,43
	20	1/2 Mittel	38,0	

Winkel WBA Nro. 34

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
139	3	1/2	1° 9' 13"7	— 0,3
141	10	2	14,3	+ 0,3
	13	1 Mittel	14,0	

Winkel WBD Nro. 35

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
69	10	1 1/2	78° 9' 55"6	

Station Berghauser Signal in E.

Winkel AEB Nro. 36

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
147	5	1/2	38° 10' 52"4	+ 0,25
148	5	1/2	51,9	— 0,25
	10	1/2 Mittel	52,15	

Winkel CEB Nro. 37

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
149	6	1 1/2	50° 55′ 49″1	+ 1″1
150	5	1 1/2	46,77	— 1,23
	11	1 1/2 Mittel	48,0	

Winkel WEA Nro. 38

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
151	5	1	67° 44′ 23″0	— 1,2
152	5	1	24,0	— 0,2
157	5	1	24,3	+ 0,1
158	5	1	25,4	+ 1,2
	20	1 Mittel	24,2	

Winkel WEB Nro. 39

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
153	5	2	105° 55′ 17″8	+ 1,2
154	5	2	15,4	— 1,2
	10	2 Mittel	16,6	

Winkel CEA Nro. 40

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
155	5	1	12° 44′ 56″76	— 0,24
156	5	1	57,3	+ 0,3
	10	1 Mittel	57,0	

Station westl. Signal in W

Winkel AWB Nro. 41

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
160	5	1 1/2	1° 24′ 12″0	+ 0″0
161	5	1/2	10,4	— 1,6
185	5	1/2	10,7	— 1,3
186	5	1/2	14,9	+ 2,9
	20	3/4 Mittel	12,0	

Winkel BWE Nro. 42

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
162	5	1/2	49° 51′ 42″1	+ 1,8
163	5	1/2	38,6	— 1,7
	10	1/2 Mittel	40,3	

Winkel AWE Nro. 43

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
166	5	1/2	51° 15′ 51″8	+ 0″0
167	5	1/2	51,7	— 0,1
	10	1/2 Mittel	51,8	

Winkel D′WB Nro. 44

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
164	5	1/2	67° 31′ 24″7	— 0,4
165	5	1/2	24,7	— 0,4
181	10	1/2	25,05	— 0,05
			25,05	— 0,05
182	5	1/2	26,3	+ 1,2
	25	1/2	25,1	

Winkel D′WA Nro. 45

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
170	5	1/2	66° 7′ 13″4	+ 1,2
171	5	1/2	10,9	— 1,3
	10	1/2 Mittel	12,0	

Winkel CWB Nro. 46

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
172	5	2 1/2*	41° 33′ 56″7	+ 3,8
175	5	1	52,4	— 0,5
176	5	1	53,4	+ 0,5
	10	1 Mittel	52,9	

Winkel CWE Nro. 47

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
173	5	2 1/2*	91° 25′ 30″2	— 1,6
179	5	1/2	31,7	— 0,1
180	5	1/2	31,9	+ 0,1
	10	1/2 Mittel	31,8	

Winkel BWH Nro. 48

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
168	5	1/2	79° 33′ 41″0	+ 0″3
169	5	1/2	40,2	— 0,5
183	5	1/2*	35,4	— 5,3
184	5	1/2	41,0	+ 0,3
	15	1/2 Mittel	40,7	

Winkel CWA Nro. 49

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
177	5	1/2	40° 9′ 40″0	— 0″2
178	5	1/2	40,3	+ 0,1
	10	1/2 Mittel	40,2	

** Winkel D′WH Nro. 50

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
187	5	1/2	147° 5′ 4″3	

Station Narrenberger Signal in N

Winkel D′NB Nro. 51

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
192	5	1 1/2	8° 7′ 5″5	+ 1″0
193	5	1 1/2	7,0	+ 2,5
203	5	1 1/2	4,5	+ 0,0
218	5	1	3,5	— 1,0
343	5	1 1/2	3,4	— 1,1
344	5	1 1/2	3,7	— 0,8
	30	1 1/2 Mittel	4″5	

Winkel ANB Nro. 52

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
194	4	1	21° 29′ 28″0	— 1″1
195	5	1	28,8	— 0,3
196	5	1/2	28,1	— 1,0
197	5	1/2	29,5	+ 0,4
201	10	1/2	29,1	+ 0,0
. . .	. . .	. . .	29,1	+ 0,0
212	5	1	29,4	+ 0,3
337	5	1 1/2	29,2	+ 0,1
338	5	1 1/2	28,2	— 0,9
339	5	1 1/2	28,2	— 0,9
340	5	1 1/2	29,8	+ 0,7
349	5	1	30,1	+ 1,0
350	5	1	29,9	+ 0,8
351	5	1	29,5	+ 0,4
352	5	1	28,4	— 0,7
353	5	1 1/2	30,2	+ 1,1
354	5	1 1/2	28,8	— 0,3
	84	1 Mittel	29,1	

Winkel HNB Nro. 53

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
198	5	1/2	104° 43′ 2″4	— 0″9
200	5	1/2	4,3	+ 1,0
332	5	1	3,8	+ 0,5
333	5	1	2,8	— 0,5
334	5	1	2,8	— 0,5
335	5	1	3,9	+ 0,6
	30	3/4 Mittel	3,3	

Winkel HND′ Nro. 54

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
202	5	1 1/2	96° 35′ 59″1	— 0,3
219	5	1	63,3	+ 3,9
220	5	1*	63,6	+ 3,2
330	6	1	58,6	— 0,8
345	5	1 1/2	59,2	— 0,2
346	5	1 1/2	58,8	— 0,6
347	5	1 1/2	57,5	— 1,9
348	5	1 1/2	59,2	— 0,2
	41	1 1/4 Mittel	59,4	

Winkel AND′ Nro. 55

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
213	6	1	13° 22′ 28″25	+ 2″15
214	5	1	25,4	— 0,7
215	5	1	25,3	— 0,8
216	5	1	27,2	+ 1,1
217	4	1	27,2	+ 1,1
341	5	1 1/2	25,4	— 0,7
342	5	1 1/2	25,0	— 1,1
	35	1 1/4 Mittel	26,1	

Station Heiligenstein in H′

Winkel BH′N Nro. 56

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
242	7	1/2	53° 44′ 51″7	+ 0″2
243	5	1	51,3	— 0,2
	12	3/4 Mittel	51,5	

Winkel WH'B Nro. 57

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
232	5	1 1/2	35° 25' 50"4	+ 1"3
239	8	1/2	47,8	— 1,3
240	10	1/2	49,0	— 0,1
			49,0	— 0,1
241	10	1/2	49,1	+ 0,0
			49,1	+ 0,0
	43	3/4 Mittel	49,1	

Winkel JH'D Nro. 58

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
234	10	1	81° 22' 31"35	+ 0"15
			31,35	+ 0,15
235	10	1/2	30,93	— 0,27
			30,93	— 0,27
236	10	1/2	31,9	+ 0,7
			31,9	+ 0,7
238	10	1/2	32,5	+ 1,3
			32,5	+ 1,3
357	5	1	29,4	— 1,8
358	5	1	30,6	— 0,6
359	5	1	30,7	— 0,5
360	5	1	30,4	— 0,8
361	5	1 1/2	31,1	— 0,1
362	5	1 1/2	31,6	+ 0,4
	70	1 Mittel	31,2	

Winkel D'H'N Nro. 59

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
355	5	1/2	71° 49' 20"8	+ 0,1
356	5	1/2	20,6	— 0,1
	10	1/2 Mittel	20,7	

Winkel MH'D Nro. 60

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
237	7	1 1/2	31° 37' 47"9	

Station Dom in D'

Winkel HD'J Nro. 61

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
6	10	2	73° 23' 6"1	— 2"0
17	10	3*	12,3	
18	10	4*	10,5	
19	10	2	10,2	+ 2,1
20	10	2	9,3	+ 1,2
20	10	2	9,7	+ 1,6
321	10	2	7,73	— 0,37
323	10	2	7,70	— 0,4
325	10	2	7,0	— 1,1
327	10	2	7,34	— 0,76
329	5	2	7,9	— 0,2
	85	2 Mittel	8,1	

Station Dom in D"

Winkel JD"M Nro. 62

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
85	15	1	67° 5' 21"7	
81	10	1	23,0	
313	10	1	22,4	
314	10	1	21,9	
	45	1 Mittel	22,25	

Winkel JD″(M)

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
22	10	1 1/2	67° 18′ 33″0	+ 2″1
22	10	1 1/2	31,5	+ 0,6
22	10	1 1/2	31,1	+ 0,2
22	10	1 1/2	32,9	+ 2,0
24	15	2	32,3	+ 1,4
77	10	1 1/2	28,5	— 2,4
78	21	1	29,0	— 1,9
			29,0	— 1,9
	86	1 1/2 Mittel	30,9	

86	12	1	0° 13′ 7″2	

	Nro. 62 =		67° 5′ 23″7
oben			67° 5′ 22″25
	57	1 Mittel	22,6

Winkel MD″O Nro. 63

316	10	1	17° 41′ 29″3	(a)

Nro. 62	. . .		67° 5′ 22″6	
23	16	2	49° 23′ 55,4	
Diff.	16	2	17° 41′ 27,2	(b)

24	20	2	17° 54′ 36″85	
86	12	1	0° 13′ 7″2	
Diff.	12	1 1/2	17° 41′ 29,65	(c)

(a)	10	1	17° 41′ 29″3	+ 0″6
(b)	10	2	27,2	— 1,5
(c)	12	1 1/2	29,65	+ 0,95
	38	1 1/2 Mittel	28,7	

Station Iggelheim in P.

Winkel HJ′D Nro. 64

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
235	10	1 1/2*	25° 16′ 32″17	
246	10	1 1/2	38,47	+ 1″67
247	5	1 1/2	36,2	— 0,6
248	5	1 1/2	38,2	+ 1,4
249	5	1 1/2	38,4	+ 1,6
250	5	1 1/2	37,8	+ 1,0
257	5	2	35,1	— 1,7
260	5	2	36,5	— 0,3
261	5	2	37,5	+ 0,7
262	5	1 1/2	37,25	+ 0,45
263	6	1 1/2	36,6	— 0,2
265	8	1 1/ *	33,1	
266	5	1 1/2	34,8	— 2,0
269	10	1 1/2	37,82	+ 1,02
			37,82	+ 1,02
281	10	1/2	36,4	— 0,4
			36,4	— 0,4
282	10	1/2	36,8	+ 0,0
			36,8	+ 0,0
283	10	1/2	37,0	+ 0,2
			37,0	+ 0,2
	101	1 1/4 Mittel	36,8	

Winkel DJ′M Nro. 65

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
255	10	1 1/2	76° 34′ 2″2	— 0″4
			2,2	— 0,4
272	5	2	3,0	+ 0,4
273	5	2	3,6	+ 1,0
274	5	2 1/2	3,4	+ 0,8
275	5	1 1/2	2,7	+ 0,1
276	5	1 1/2	2,0	— 0,6
277	7	2 1/2	2,5	— 0,1
278	5	2	1,8	— 0,8
	47	1 3/4 Mittel	2,6	

Station Mannheimer Sternwarte in M'

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
			Winkel DM'J Nro. 66	
287	10	1 1/2	36° 21' 59"95	+ 1"25
			59,95	+ 1,25
289	10	1 1/2	57,65	— 1,05
			57,65	— 1,05
307	5	2*	60,6	
310	10	1	58,4	— 0,3
			58,4	— 0,3
	30	1 1/2 Mittel	58,7	
			Winkel DM'H Nro. 67	
292	8	1 1/2	7° 56' 15"7	— 0"8
309	10	2	17,3	+ 0,8
311	10	1	16,6	+ 0,1
	28	1 1/2 Mittel	16,5	

Nro. des Journ.	Rep.	Deutl.	Winkel	Diff. vom Mittel
			Winkel HM'J Nro. 68	
292	5	1 1/2	28° 25' 41"4	— 0"7
293	5	1 1/2	42,9	+ 0,8
	10	1 1/2 Mittel	42,1	
			Winkel JM'O Nro. 69	
294	5	1/2	53° 40' 57"4	+ 0"7
302	5	1 1/2	56,0	— 0,7
303	5	1 1/2	55,2	— 1,5
304	5	1 1/2	57,8	+ 1,1
305	5	1 1/2	55,3	— 1,4
306	5	1 1/2	58,6	+ 1,9
	30	1 1/2 Mittel	56,7	
N° 66	35	1 1/2	36° 21' 58"7	
		Summe	90° 2' 55"4	

*NB. Die mit *) bezeichneten Winkel wurden bey der Berechnung des Mittels ausgeschlossen.*

*Die mit ** bezeichneten Winkel mussten verworffen werden, weil ich bey der Messung derselben um das Stativ herumgehen musste.*

V. ABSCHNITT.

Bestimmung der Excentricitäten und der Reduction der gemessenen Winkel auf das Centrum der Station.

Um die ausser dem Centrum der Station gemessenen Winkel auf das Centrum reduziren zu können, muss man die Entfernung des Instrumentes von dem Centrum der Station (ich nenne diese Entfernung Excentricität) und den Directions-Winkel kennen, welche diese Entfernung mit einem

der beiden Schenkel des zu reduzirenden Winkels bildet. In kleinen Dreiecken hat unter übrigens gleichen Umständen ein Fehler in der Bestimmung der genannten Stücke einen grössern Einfluss auf die Reduction und folglich auch auf den reduzirten Winkel, ich habe daher auf die Bestimmung der Excentricitäten und der Directions-Winkel eine besondere Sorgfalt verwendet. Je nachdem es die Localitäten erforderten, musste ich eine andere Methode anwenden, um die möglich grösste Genauigkeit zu erreichen.

a.) Excentricitäten auf dem nördlichen Domthurme.

A' C' $A_{,}$ $C_{,}$ fig 14 sind vier Punkte in den Oeffnungen des Thurmes;
D bezeichnet die Projection des Fusspunktes des Kreuzes welches als Signal diente.
$C_{,,}$ oder D'' bezeichnet den Standort des Theodolithen in der südwestlichen Oeffnung
D'' denselben in der nordwestlichen.

Von einem Punkte, welchen ich ausserhalb des Thurmes so wählte, das er mit D' und dem Fusspunkte des Kreuzes in eine vertikale Ebene fiel, bestimmte ich im Innern des Thurmes einen Punkt G in derselben Ebene, und vermittelst dieses letztern erhielt ich die Richtung der Diagonale $C_{,,}C_{,}C'$, auf welche die Projection D fällt. Nun legte ich eine Latte $A'''A_{,,,}$ von $8^{m}4$, so dass ihre Mitte e auf die Linie $C'C_{,}$ fiel und bezeichnete vorläufig auf ihrer Richtung noch die Punkte $A'A''A_{,}A_{,,}$ so dass $A'''A'' = 0^{m}5$, $A''A' = 0^{m}25$, $A_{,,,}A_{,,} = 0^{m}5$ und $A_{,,}A_{,} = 0^{m}2$ war, alsdann nahm ich von einem Punkte P die Winkel $A'''PA_{,,,}$, $A'''PD$ und $A'''PC_{,,}$. Hierauf befestigte ich die Latte in der Lage $C_{,,,}C'''$ so dass $C_{,,,}C_{,,} = 0^{m}5$ $C_{,,}C_{,} = 0^{m}2$, $C'''C'' = 0^{m}5$, $C''C' = 0^{m}25$ wurde, und visirte wie vorher von einem Punkte B auf $C_{,,,}C'''$ und D. Endlich wurden noch die 4 Seiten des Vierecks $A'C'A_{,}C_{,}$ gemessen.

Die gemessenen Seiten und Winkel sind:

$A'C' = 5^{m}0105$ $C'A_{,} = 4^{m}7923$ $A_{,}C_{,} = 5^{m}0650$ $C_{,}A' = 4^{m}7750$
$A'A_{,} = 6{,}95$ $C'C_{,} = 6{,}95$
$A'''PA_{,,,} = 1°.\ 11'.\ 56''0$ $C_{,,,}BC''' = 1°.\ 33'.\ 36''8$
$A'''PC_{,,} = 0.\ 33.\ 47{,}3$ $C_{,,,}BD = 0.\ 47.\ 38{,}4$
$C''PD = 0.\ 2.\ 13{,}85$

} laut Winkeljournal Nro. 111 bis 131 Nro. 320 und Nro. 86

Berechnet man alle Stücke des Vierecks so findet man

$A'e = 3^{m}4528$ $C_{,}e = 3^{m}4847$ $\varphi' = 86°\ 59'.\ 20''$, hieraus folgt
$A'''e = 4{,}2028$ $C_{,,}e = 3{,}6847$
und wenn man die Mitte von $C_{,,,}C'''$ durch e' bezeichnet so ist (weil $C_{,,}e' = 3{,}7000$)
$ee' = 3{,}7000 - 3{,}6847 = 0{,}0153$
Aus den bey B gemessenen Winkeln ergiebt sich $De' = 0{,}0748$
folglich ist $De = 0{,}0153 + 0{,}0748 = 0{,}0901$ und $C_{,,}D = D'D = 3{,}7748$
Aus den bey P gemesseren Winkeln ergibt sich . . . $ne = 0{,}2571$

In dem Dreieck $C_{\prime\prime}en$ sind nun zwey Seiten $C_{\prime\prime}e$, ne und der gebildete Winkel φ' bekannt

man findet daraus den Winkel $\psi = 4°.\ 9'.\ 1''7$

ferner erhält man aus $A'''A_{\prime\prime\prime} : ne = A'''P\ A_{\prime\prime\prime} : nPe$, $nPe = 2'.\ 12,1$

folglich . . . . $C_{\prime\prime}eP = 3°.\ 57'.\ 49,6$

und endlich . . . . $A'''eP = \varphi' + C_{\prime\prime}eP = 90°.\ 57'.\ 10''$

Jetzt kennen wir in dem Dreieck $A'''eP$ die Seite $A'''e = 4^m2028$

den Winkel $A'''Pe = A'''Pn + nPe$ . . . . $= 0°.\ 35'.\ 59''4$

und den Winkel $A'''eP$ . . . . $= 90.\ 57'.\ 10,0$

woraus die Entfernung eP . . . . $= 402^m300$ folgt

Wenn die Projection D genau auf die Diagonale $C_{\prime\prime\prime}C'''$ fällt, wie wir bisher angenommen haben, so erhalten wir den Winkel $C_{\prime\prime}PD$ durch die Proportion

$C_{\prime\prime}e : C_{\prime\prime}D = nPe : nPD$

oder . . . . $3,6847 : 3,7748 = 2'.\ 12''1 : nPD$

hieraus folgt nPD . . . . $= 2'.\ 15,33$

der gemessene Winkel nPD ist . . . . $= 2'.\ 13,85$

Differenz 1,48

Die ganz unbedeutende Differenz von 1''48, welche zwischen dem berechneten und gemessenen Winkel Statt findet, beweist, dass die Projection D ohne merklichen Felder auf $C_{\prime\prime\prime}C'''$ fällt.

Wollte man aber dennoch auf diese Differenz Rücksicht nehmen, so müsste man den Punkt D um 402,3 Sin 1''48 oder um 0,0029 gegen A''' hin rücken und folglich die Excentricität $D''D$ um 0,0029 vermindern. Alsdann würde auch der Punkt e um 0,0028 gegen A''' hin rücken und die Linie $A'''e$ gleich werden $4,2028 - 0,0028 = 4,2000$ und e also genau in die Mitte von $A'''A_{\prime\prime\prime}$ fallen. Der Winkel ψ würde um $\frac{0,0029}{3,7748 \text{ Sin } 1''}$ oder um 2'. 38'' kleiner also $= 3°.\ 57'.\ 24''$ und φ um eben so viel grösser, also $= 87°.\ 01'.\ 58''$

Wir haben nun in fig. 15 $D''D$ und den Winkel $D''DD'$ zu bestimmen. $A''D''$ ist durch Construction auf $A''e$ senkrecht und $= 0,278$ denkt man sich tD parallel mit $A_{\prime\prime}e$

so ist $\text{tang } tDD'' = \frac{D''t}{tD} = \frac{D''A'' - De}{A''e} = \text{tang } 2°.\ 54'.\ 30''$

$A''eC'' = \varphi'$ . . . . $= 87.\ 1.\ 58$

folglich $D''DD'$ . . . . $= 89°\ 56'.\ 28$

Zweitens ist $DD'' = \frac{A''e}{\cos tDD''} = 3^m705$

In D' wurde der Winkel zwischen Heiligensein und dem Punkte P gemessen und gleich . . . . 3° 17'. 15'' gefunden

PD'D . . . . $= 183°\ 57'.\ 24$

also HD'D . . . . $= 187°\ 14'.\ 39''$

In fig. 16 ist HD'I		=	73°.	23'.	8"
HD'D		=	187.	14.	39
also . . . . G		=	113.	51.	31

Nun ist $\sin m = \frac{DD' \sin G}{JD}$ und da log JD durch eine vorläufige Rechnung schon

gefunden ist = 4,0603900 so ist	m	=	0°.	1'.	2"
folglich	p	=	66.	7.	27
und	q	=	23.	49.	1
und in dem Dreieck JD"D	n	=	0.	0.	27
also	n + q	=	23.	49.	28
und folglich der Directionswinkel JD"D		=	203°.	49'.	28"

W i e d e r h o l u n g.

D'D = 3^{m}7748 der Winkel HD'D = 187°. 14'. 39"

L"D = 3,7050 — JD"D = 203. 49. 28

Anm. Da die Punkte A' A" A, A,, C' C" C, C,, auf den steinernen Platten der Oeffnungen eingegraben wurden, so kann man die Projection D des Fusspunktes des Kreuzes in dem Thurme leicht finden.

b,) E x c e n t r i c i t ä t z u H e i l i g e n s t e i n

MN fig. 5 stellt das Mauerwerk vor,

H die Projection der Spitze des eisernen Kreuzes unter dem Hahne,

H' den Standpunkt des Theodolithen in der nordlichen Oeffnung auf dem äussern Rande des Mauerwerks, eingegraben in die etwas hervorragende steinerne Fassung der Oeffnung.

Die gemessenen Linien und Winkel sind: (laut Journal Nro. 274 bis 231)

AH' = 2,905, AB = 55,740, also H'B = 58,645; AC = 61,493, der Winkel ACH' = 2° 42' 45"

Da C in der Verlängerung von MA liegt und also H'AC = 90° ist, so ist

$$H'C = \frac{AC}{\cos(2^\circ\ 42'\ 45'')} \quad \ldots\ldots = 61{,}562$$

ferner wurde gemessen der Winkel BH'C = 84° 17' 55"

Aus den beiden Seiten des Dreiecks BH'C und dem gebildeten Winkel lassen sich die übrigen Stücke berechnen und man findet:

BC = 80^{m}696 der Winkel B = 49° 23' 11" C = 46° 18' 55"

ferner wurden in B und C gemessen

die Winkel HBH' = 2° 53' 54" und HCH' = 0° 4' 43"

Man kennt daher in dem Dreieck HBC

die Grundlinie BC = 80^{m}696 und die daran liegenden

Winkel B = 52°. 17'. 5", C = 46°. 14'. 10"

die daraus berechneten Seiten sind: BH = 58,909, CH = 64,547.

Nun gibt das Dreieck H B H′ in welchem man 2 Seiten B H und B H′ nebst dem gebildeten Winkel kennt:

H H′ = 2^{m}0869

und . . . . H H′ B = 94°. 0′. 50″
und da . . . . B H′ C = 84. 17. 55 so ist

H H′ C = 178. 18. 15 . . . . = 187°. 18′. 5″
ferner ist D H′ C = 5°. 2′. 0″ und D′ H′ C′ . . . = 5°. 4′. 0″
folglich D H′ H = 183°. 20′. 15″ und D′ H′ H . . . = 183°. 20′. 35″

c.) Excentricität von Iggelheim.

M N stellt das Mauerwerk des Thurmes der reformirten Kirche in Iggelheim vor.
J ist die Projection der Achse der auf dem keilförmigen Dache gegen Osten befindlichen mit einer Kugel versehenen Stange, welche als Signal diente;
J′ der Standpunkt des Instruments ausserhalb des durchbrochenen Daches; (S ein später in der Oeffnung des Daches befestigtes Signal.)
A B eine auf dem Felde mit zwey 4meterlangen hölzernen Stangen gemessene Basis, von welcher aus die Lage der beiden Punkte J und J′ auf folgende Weise bestimmt wurde.

In dem Dreieck A J′ B ist die Basis A B = 120 Meter (laut Nro. 251 bis 270 des Journals)

	gemessen	verbessert	
J′ =	56°. 14′. 0″	56°. 13′. 52″	)
B =	55. 40. 20	55. 40. 10	) folglich A J′ = 119^{m}20
A =	68. 6. 6	68. 5. 58	)
Summe	180°. 0′. 26″	180°. 0′. 0″	

in dem Dreieck A J B ist . . . . A B = 120 Met.

	gemessen	verbessert	
J =	. . . . . .	55°. 46′. 56″	)
B =	55°. 40′. 10″	55. 40. 0″	) es folgt hieraus A J = 119,83
A =	68. 33. 14″	68. 33. 4″	)

Nun kennt man in dem Dreieck J A J′ zwey Seiten und den gebildeten Winkel

A J = 119,83 und A = 27′. 8″
A J′ = 119,20

hieraus folgt J J′ = 1,1343 Met. und A J′ J = 123°. 30′. 42″
und da . . . . D J′ A = 36°. 18′. 5″
so ist . . . . D J′ J = 159°. 48′. 47″

Durch unmittelbare Messungen fand ich

CD = 3^{m}842 D f = 0^{m}482 D g = 1^{m}559
f J′ = 0,575 g S = 0,345 S J′ = 0^{m}27

Diese Data sind hinreichend um die Punkte J, S, J′ wieder zu finden.

Anm. Die Winkel wurden nur einmal gemessen, aber alle 4 Nonien abgelesen und da ein Fehler von 10″ einer Aenderung von 0^{m}007 in J J′ entspricht so können alle Bestimmungen für sehr genau angesehen werden.

d.) Excentricität auf der Sternwarte zu Mannheim.

Als Centrum der Mannheimer Sternwarte nahm ich den Mittelpunkt der Platte in der Rotonde an. Die Excentricität von M' auf der Brustwehre wurde unmittelbar gemessen und gleich $4^{m}606$ gefunden. Durch den im Centrum selbst aufgestellten Theodolithen wurde der Winkel zwischen M' und Oggersheim gleich 3° 0' 0'' bestimmt, mehrere Messungen dieses Winkels weichen nur um 1' bis 3' von einander ab. Der Directswinkel gegen Oggersheim ist folglich 177° 0' 0'' MM' = $4^{m}606$ der Winkel OM'M = 177°. 0'. 0''

Reduction auf das Centrum der Station

Nach einer vorläufigen Berechnung der Seiten der Dreiecke, wurde die Reduction der Winkel auf das Centrum der Station berechnet. Um aber die grösste Schärfe in diesen Reductionen zu erhalten, wurde die Berechnung nach den schon verbesserten Elementen zum zweitenmal vorgenommen. Der Rechnung wurde die bekannte Formel $R = \left(\frac{\sin(a+m)}{A} - \frac{\sin m}{B}\right) e$ zum Grund gelegt. A und B bezeichnen die beiden Seiten welche den zu reduzirenden Winkel a bilden, m ist der Directionswinkel zwischen dem zur Rechten liegenden Objecte und dem Mittelpunkt der Station, e ist die Entfernung des Theodolithen vom Mittelpunkt der Station oder die Excentricität. Bey dieser Gelegenheit wurde auch der sphärische Excess berechnet und ⅓ desselben an jedem Winkel angebracht.

Station Dom in D' Excentricität = $3^{m}7749$

a	=	73°. 23'. 8''	HD'J	=	73°. 23'. 8''10
m	=	113. 51. 29.	R	=	— 1. 21,75
log DH	=	3,6957322	1/3 sph. Exc.	=	— 0,05
log DJ	=	4,0603900	HDJ	=	73°. 21'. 46''30

Station Dom in D'' Excentricität = $3^{m}7050$

a	=	67°. 5'. 23''	JD''M	=	67°. 5'. 22''60
m	=	136. 41. 4	R	=	— 0'. 54,64
log DJ	=	4,0603900	1/3 sph. Exc.	=	— 0,17
log DM	=	4,2753500	JDM	=	67°. 4'. 27''79

Station Dom in D Excentricität $3^{m}7050$

a	= 17°. 41'. 29"	OD'M	= 17°. 41'. 28"70
m	= 1[illegible]6. 41. 4	R	= — 11,11
log DO	= 4,2904613	1/3 sph. Exc.	= — 0,10
log DM	= 4,2753500	ODM	= 17°. 41'. 17"49

Station Heiligenstein in H' Excentricität $2^{m}9869$

a	= 71°. 49'. 21"	D'H'N	= 71°. 49'. 20"70
m	= 111. 31. 15	R	= — 9. 31,69
log HD	= 3,6953987	1/3 sph. Excess	= — 0,00
log HN	= 3,0066479	D'HN	= 71. 39. 49,01
a	= 81. 22. 31	JH'D	= 81. 22. 31,20
m	183. 20. 15	R	= — 0. 47,84
log HJ	= 4,0467726	1/3 sph. Exc.	= — 0,05
log HD	= 3,6957331	JHD	= 81. 21. 43,31
a	31. 37. 48	MH'D	= 31. 37. 47,99
m	183. 20. 15	R	= — 0. 8,17
log HM	4,3597766	1/3 sph. Exc.	= — 0. 0,17
log HD	3,6957331	MHD	= 31. 37. 39,56
a	= 35. 25. 49	WH'B	= 35. 25. 49,10
m	= 165. 16. 6	R	= — 2. 27,75
log HW	= 3,3894255	1/3 sph. Exc.	= — 0,00
log HB	= 3,4247347	WHB	= 35. 23. 21,35

Station Iggelheim in J' Excentricität $1^{m}1343$

a	= 25°. 16'. 37"	DJ'H	= 25°. 16'. 36"80
m	= 134. 32. 10	R	= — 0. 7,95
log JD	= 4,0603900	1/3 sph. Exc.	= — 0,05
log JH	= 4,0467726	DJH	= 25. 16. 28,8
a	= 76. 34. 3"	MJ'D	= 76. 34. 2,60
m	= 159. 48. 47	R	= — 0. 17,95
log JM	= 4,2516646	1/3 sph. Exc.	= — 0. 0,17
log ID	= 4,0603900	MJD	= 76. 33. 44,48

Station Sternwarte in M′ Excentricität = $4^{m}6060$

a	= 36°. 21′. 59″	DM′J	= 36°. 21′. 58″70
m	= 230. 41. 0	R	= — 0. 9,15
log MD	= 4,2753500	1/3 sph. Exc.	= — 0,17
log MJ	= 4,2516646	DMJ	= 36°. 21′. 49,38
a	= 7°. 56′. 16″	DM′H	= 7°. 56′. 16″50
m	= 259. 6. 40	R	= — 0. 9,58
log MD	= 4,2753500	1/3 sph. Exc.	= — 0. 0,05
log MH	= 4,3597786	DMH	= 7°. 56′. 6″87
a	= 28°. 25′. 42″	HM′J	= 28°. 25′. 42″10
m	= 230. 41. 0	R	= + 0. 6″43
log MH	= 4,3597786	1/3 sph. Exc.	= — 0,17
log MJ	= 4,2516646	HMJ	= 28°. 25′. 42″36
a	= 90°. 2′. 56″	DM′O	= 90°. 2′. 55″40
m	= 177. 0. 0	R	= — 0. 58,61
log MD	= 4,2753500	1/3 sph. Exc.	= — 0. 0,28
log MO	= 3,7791901	DMO	= 90°. 1′. 56″51

Anm. Der sph. Exc. von DM′O bestehet aus den sph. Excessen der beiden gemessenen Winkel DMJ und JMO.

V. ABSCHNITT.

Correction der Winkel und Berechnung der Dreiecknetze.

Im vorigen Abschnitt wurden alle gemessenen Winkel aufgezählt, wo es nothwendig war auf das Centrum der Station reduzirt und von dem sphärischen Excess befreit.

Wir wollen nun einen jeden Winkel unserer Dreiecke auf so vielfache Weise als möglich aus den gemessenen ableiten, die Verbesserung derselben in den drey ersten Dreiecknetzen durch welche D′H bestimmt wird, wollen wir aber nur so vornehmen, wie es ein jedes Netz ins besondere

zu erfordern scheint. Wir erhalten alsdann die Linie D'H auf 3 von einander ganz verschiedenen Wegen und erfahren durch die Differenz der drey Resultate die Genauigkeit der einzelnen Bestimmungen. Ehe wir diese Verbesserungen vornehmen, erinnere ich nur noch, dass diejenigen Winkel, welche auf eine geringere Genauigkeit Anspruch machen können, bey einer Concurrenz den übrigen nachstehen müssen.

Um das Auffinden und Zusammenstellen der Winkel zu erleichtern habe ich die Fig. 8 Taf. II entworfen, worin die eingeschriebenen Zahlen die Grade der Winkel anzeigen.

Haupt-Dreieck-Netz.

Dreieck D'AB

							corrigirt
D'	Nro. 1 = 19°. 25′. 59″42		Nro. 2 = 34°. 18′. 43″61		Nro. 7 = 6°. 59′. 34″51	.....	34″6
			Nro. 3 = 14. 52. 44,33		Nro. 6 = 12. 26. 24,65	.....	24,7
	= 19°. 25′. 50″42		= 19°. 25′. 59″28		= 19°. 25′. 59″16		

B	Nro. 31 = 77°. 0′. 37″4	Nro. 35 = 78°. 9′. 55″6	
		Nro. 34 = 1. 9. 14,0	
	= 77°. 0′. 37″4	= 77°. 0′. 41″6	
A	Nro. 14 = 83°. 33′. 21″7		

			corrigirt
Mittel	D′	= 19°. 25′. 59″35	59″35
	B	= 77. 0. 39,5	39,3
	A	= 83. 33. 21,7	21,4
Summe		180°. 0′. 0″55	0″0

Dreieck NAB

				corrigirt
N	Nro. 52 = 21°. 29′. 29″1	Nro. 55 = 13°. 22′. 26″1	..	25″4
		Nro. 51 = 8. 7. 4,5	..	3,8
	= 21°. 29′. 29″1	= 21°. 29′. 30″6		

B Nro. 33 = 87°. 52′. 38″0 Nro. 28 = 21°. 40′. 27″7
Nro. 32 = 66. 12. 10,75
= 87. 52. 38,0 = 87. 52. 38,45

A Nro. 19 = 70°. 37′. 53″5

		corrigirt
Mittel	N = 21°. 29′. 29″4	29″2
	B = 87. 52. 38,1	37,7
	A = 70. 37. 53,5	53,1
	180. 0. 1,0	0,0

Dreieck D′AN

			corrigirt
D′	= 12°. 26′. 24″70	— 0″7	= 24″0
N	= 13. 22. 25,4	— 0,9	= 24,5
A	= 83. 33. 21,4	— 1,5	= 19,9
	+ 70. 37. 53,1	— 1,5	= 51,6
Summ	180. 0. 4,6	— 4,6	= 0,0

Dreieck D′BN

			corrigirt
D′	= 6°. 59′. 34″6	+ 0″7 . . .	= 35″3
N	= 8. 7. 3,8	+ 0,9 . . .	= 4,7
B	= 77. 0. 39,3	+ 1,5 . . .	= 40,8
	+ 87. 52. 37,7	+ 1,5 . . .	= 39,2
Summe	179. 59. 55,4	+ 4,6 . . .	= 60″0

Definitiv corrigirte Winkel

bey D′	bey N.	bey A	bey B
6°. 59′. 35″3	13°. 22′. 24″5	83°. 33′. 19″9	77°. 0′. 40″8
12. 26. 24,0	8. 7. 4,7	70. 37. 51,6	87. 52. 39,2
19. 25. 59,3	21. 29. 29,2		

Dreieck D′NH

D′ Nro. 7′ = 11°. 44′. 11″6 Nro. 5 = 18°. 43′. 45″6 Nro. 2. = 34°. 18′. 43″6
Nro. 7 = 6. 59. 34,5 Nro. 4 = 15. 34. 58,8
18. 43. 44,8
Nro. 7 = 6. 9. 34,5
= 11°. 44′. 11″6 = 11°. 44′. 11″1 = 11°. 44′. 10″3

N Nro. 54 = 96°. 35′. 59″4 Nro. 53 = 104°. 43′. 3″3
Nro. 51 = 8. 7. 4,5
= 96°. 35′. 59″4 = 96°. 35′. 58,8

H Nro. 59 = 71°. 39′. 49″0

			definitiv
Mittel D′	= 11. 44. 11,0	+ 0″5	= 11°. 44′. 11″5
N	= 96. 35. 59,1	— 0,1	= 96. 35. 59,0
H	= 71. 39. 49,0	+ 0,5	= 71. 39. 49,5
Summe	179°. 59′. 59,1	+ 0,9	180°. 0′. 0″

1tes Prüfungs-Dreieck-Netz.

Vorläufige Correction der Winkel bey C und A.

				corrigirt
C	Nro. 10 = 99°. 57′. 56″7	Nro. 9 = 66°. 22′. 54″0	Nro. 8 = 54°. 31′. 25″4 — 0″5	= 24″9
		Nro. 11 = 33. 35. 1,6	Nro. 12 = 45. 26. 32,3 — 0,5	= 31″8
	= 99°. 57′. 56″7	= 99°. 57′. 55″6	= 99°. 57′. 57,7	= 56″7

A	Nro. 14 = 83°. 33′. 21″7	Nro. 21 = 88°. 9′. 36″8	bleibt unverändert
	Nro. 16 = 99. 0. 2,0	Nro. 15 = 94. 23. 46,5	„ „
	182°. 33′. 23,7	182°. 33′. 23,3	

Dreieck BCA.

				definitiv
Nro. 25	= 38°. 28′. 10″2			
Nro. 34	= 1. 9. 14,0			
B	= 37. 18. 56,2	+ 0″8	. . . . . .	= 37°. 18′. 57″0
C wie ob.	= 54. 31. 24,9	+ 0,6	. . . . . .	= 54. 31. 25,5
A wie ob.	= 88. 9. 36,8	+ 0,7	. . . . . .	= 88. 9. 37,5
	179°. 59′. 57″9	+ 2″1	. . . . . .	180°. 0′. 0″0

Dreieck ACW.

W	Nro. 49 = 40°. 9′. 40″2	Nro. 46 = 41°. 33′. 52″9	Nro. 47 91°. 25′. 31″8
		Nro. 44 = 1. 24. 12,0	Nro. 43 51. 15. 51,8
	= 40. 9. 40,2	40. 9. 40,9	40. 9. 40,0

				definitiv
W Mittel	= 40. 9. 40,3	+ 0″6	. . . .	= 40°. 9. 40″9
C wie oben	= 45. 26. 31,8	+ 0,4	. . . .	= 45. 26. 32,2
A wie oben	= 94. 23. 46,5	+ 0,4	. . . .	= 94. 23. 46,9
	179. 59. 58,6	+ 1,4	. . . .	180. 0. 0,0

Dreieck D′BW.

D′	Nro. 2 = 34°. 18′. 43″6	Nro. 1 = 19°. 25′. 59″3	Nro. 5 = 18°. 43′. 45″6
		Nro. 3 = 14. 52. 44,3	Nro. 4 = 15. 34. 58,8
	= 34. 18. 43,6	= 34. 18. 43,6	= 34. 18. 44,4

Nro. 7	= 6°. 59′. 34″5
Nro. 7	= 11. 44. 11,6
Nro. 4	= 15. 34. 58,8
	= 34. 18. 44,9

B Nro. 55	= 78°. 9'. 55"6	Nro. 31	= 77°. 0'. 37"4
		Nro. 34	= 1. 9. 14,0
	= 78. 9. 55,6		= 78. 9. 51,4

W Nro. 44	= 67°. 31'. 25"1	Nro. 45	= 66°. 7'. 12"2
		Nro. 41	= 1. 24. 12,0
	= 67. 31. 25,1		= 67. 31. 24,2

			corrigirt
Mittel D'	= 34°. 18'. 43"8	— 0"4	= 43"4
B	= 78. 9. 54,2	— 1,1	= 52,9
W	= 67. 31. 24,8	— 1,1	= 23,7
	180. 0. 2,6	— 2,6	= 0,0

Dreieck HBW

H Nro. 57 = 35°. 23'. 21"35

B Nro. 29	= 65. 2. 55,6	Nro. 32	= 66°. 12'. 10"7
		Nro. 34	= 1. 9. 14,0
	65. 2. 55,6		= 65. 2. 56,7

W Nro. 48 = 79°. 33'. 40"7

			corrigirt
Mittel H	= 35°. 23'. 21"35	+ 0"65	= 22"0
B	= 65. 2. 56,0	+ 1,0	= 57,0
W	= 79. 33. 40,7	+ 0,3	= 41,0
	179. 59. 58,05	+ 1,95	0,0

Dreieck D'BH

D' Nro. 5	= 18°. 43'. 45"6	H Nro. 59	= 71°. 39'. 49"0	B	= 78°. 9'. 52"9
		Nro. 56	= 53. 36. 26,0		+ 65. 2. 57,0
D'	= 18. 43. 45,6	H =	18. 3. 23,0	B	=

			corrigirt
D'	= 18. 43. 45,6	+ 0"4	= 46"0
H	= 18. 3. 23,0	+ 0,5	= 23,5
B	= 78. 9. 52,9	+ 0,3	= 53,2
	+ 65. 2. 57,0	+ 0,3	= 57,3
Summe	179. 59. 58,5	+ 1,5	= 0,0

Dreieck D'BW definitiv

D' = 34°. 18'. 43"4
B = 78. 9. 53,2
W = 67. 31. 23,4

Dreieck HBW definitiv

H = 35°. 23'. 22"0
B = 65. 2. 57,3
W = 79. 33. 40,7

2tes Prüfungs-Dreieck-Netz.

Vorläufige Correction der Winkel bey E

E Nro. 39 = 105°. 55'. 16"6 | Nro. 38 = 67°. 44'. 24"2
Nro. 36 = 38. 10. 52,1
= 105. 55. 16,6 | = 105. 55. 16,3

Dreieck BAE

B Nro. 24 = 24°. 13'. 6"0 | Nro. 26 = 62°. 41'. 17"0
Nro. 34 = 1. 9. 14,0 | Nro. 25 = 38. 28. 10,2
24. 13. 6,8
Nro. 34 = 1. 9. 14,0
25. 22. 20,0 | 25. 22. 20,8

A Nro. 17 = 116°. 26'. 47"7

E Nro. 36 = 38°. 10'. 52"1 | Nro. 37 = 50°. 55'. 48"0 | Nro. 39 = 105°. 55'. 16"6
Nro. 40 = 12. 44. 57,0 | Nro. 38 = 67. 44. 24,2
= 38. 10. 52,1 | = 38. 10. 51,0 | = 38. 10. 52,4

			definitiv
Mittel	B	= 25°. 22'. 20"3 + 0"1	= 25°. 22'. 20"4
	A	= 116. 26. 47,7 + 0,1	= 116. 26. 47,8
	E	= 38. 10. 51,7 + 0,1	= 38. 10. 51,8
		179. 59. 59,7 + 0,3	180. 0. 0,0

Dreieck EAW

A Nro. 18 = 60°. 59'. 46"2

E Nro. 38 = 67°. 44'. 24"2 | Nro. 39 = 105°. 55'. 16"6
Nro. 36 = 38. 10. 52,1
= 67. 44. 24,2 | = 67. 44. 24,5

W Nro. 43 = 51°. 15'. 51"8 | Nro. 42 = 49°. 51'. 40"3 | Nro. 47 = 91°. 25'. 31"8
Nro. 41 = 1. 24'. 12,0 | Nro. 49 = 40. 9. 40,2
= 51. 15. 51,8 | = 51. 15. 52,3 | = 51. 15. 51,6

							definitiv		
Mittel A =	60°.	59'.	46"2	— 0"8	. . . .	60°.	59'.	45"4
E =	67.	41.	24,3	— 0,8	. . . .	67.	41.	23,5
W =	51.	15.	51,9	— 0,8	. . . .	51.	15.	51,1
	180.	0.	2,4	— 2,4	. . . .	180.	0.	0,0

Die zwey letzten Dreiecke dieses Netzes D'WB und HWB sind dieselben wie in dem Iten Prüfungs-Netze.

Die Winkel um A herum wurden definitiv festgesetzt auf

	88°.	09'.	37"5
	91.	23.	46,9
	60.	59.	45,4
	116.	26.	47,8
Summe =	359.	59.	57,6

Die Summe ist um 2"4 zu klein, welches daher rührt, dass wir die Winkel in den beiden Prüfungs-Netzen unabhängig von einander verbessert haben.

Dreieck DHJ

	gemessen				definitiv		
D =	73°.	21'.	46"3	+ 0"7	73°.	21'.	47"0
H =	81.	21.	43,3	+ 0,7	81.	21.	44,0
J =	25.	16.	28,8	+ 0,2	25.	16.	29,0
	179.	59.	58,4	+ 1,6	180.	0.	0,0

Dreieck DJM

	gemessen				definitiv		
D =	67°.	4'.	27"79	— 0"59	67°.	4'.	27"2
J =	76.	33.	44,48	— 0,68	76.	33.	43,8
M =	36.	21.	49,38	— 0,38	36.	21.	49,0
	180.	0.	1,65	— 1,65	180.	0.	0,0

Prüfungs-Dreieck HDM

H =	31°.	37'.	39"56
M =	7.	56.	6,87
D =	73.	21.	46,30
+	67.	4.	27,79
Summe	180.	0.	0,52

Dreieck DMO

Die Seiten und Winkel dieses Dreiecks sind nach Lämmle.

Basis DO	= 19795,289	M = 90°. 1'. 55"3
DM	= 18856,09	O = 72°. 16'. 47"6
OM	= 6014,50	D = 17°. 41'. 17"1

Für M fand ich . . . . . 90°. 1'. 56"31
für D . . . . 17°. 41'. 17"49

Bey künftigen Berechnungen werde ich Lämmle's Winkel zum Grund legen, weil ich den 3ten Winkel O nicht selbst gemessen habe.

Nach den so eben vorgenommenen Verbesserungen wird man zugeben, dass höchst wahrscheinlich

1.) die definitiv bestimmten Winkel BD'A, BD'W, BNA und BHW, welche auf einer grossen Anzahl von Beobachtungen beruhen, so wie die Winkel der zwey grössten Dreiecke DHJ und DJM weniger als 1 Sekunde

2.) dass die übrigen Winkel nicht mehr als 2 Sekunden fehlerhaft sind.

Ich glaube die Correction der Winkel auf die natürlichste Weise vorgenommen zu haben, sollte jedoch Jemand diese Correction anders vorzunehmen wünschen, so benütze er die im 7ten Abschnitt folgende Tabelle, welche für eine Aenderung von einer Sekunde in irgend einem Winkel unserer Dreiecke die entsprechende Aenderung der Seiten gibt. Man wird aber finden, dass, wenn man nicht die Grenzen der Wahrscheinlichkeit überschreitet, selbst die grössten Linien unseres Netzes in keinem Falle bedeutende Aenderungen erleiden.

Unter meinen gemessenen Winkeln habe ich einige sehr kleine angeführt. Um dem Vorwurf, den man mir in dieser Hinsicht machen könnte, zu begegnen, muss ich bemerken, dass diese kleinen Winkel blos zur Bildung und Prüfung grösserer gedient haben und dass nur einer derselben zu den Hauptwinkeln unserer Dreiecke gehört, nämlich der Winkel MD'H

von 11° 44′ 11″3. Ein Fehler von 1″ in diesem Winkel hat aber wie wir später sehen werden einen so äusserst geringen Einfluss auf die Seiten des gleichnamigen Dreiecks, dass aller Zweifel in Beziehung auf die Zulässigkeit dieses Winkels beseitigt wird. Der kleinste Winkel nach diesem ist der Winkel AD′B von 19° 25′ 59″3. Winkel von 18 bis 25° kommen aber nicht selten bey grossen Triangulationen vor, diess beweist der 4te Band der Base du Système metrique, wo in den 16 Dreiecken der bis zur Insel Formentera erweiterten französischen Gradmessung 7 Winkel unter 22° Grad sind. Uebrigens möchte ich dem Grundsatz dass man kleine Winkel durchaus vermeiden müsse, nicht unbedingt huldigen. Die Theorie hat denselben aufgestellt, weil in Dreiecken mit sehr spitzen und stumpfen Winkeln der Einfluss eines Fehlers in den Winkeln auf die Seiten weit grösser ist als in gleichseitigen Dreiecken. Ich werde aber im 7ten Abschnitt durch dieselbe Theorie zeigen, dass in besondern Fällen die Entfernung zweyer Punkte durch zwey lange gleichschenkliche Dreiecke eben so zuverlässig erhalten werden kann als durch 10 gleichseitige. Die Lenoir'schen Repetitionskreise scheinen mir nicht wenig zur allgemeinen Annahme jenes Grundsatzes beygetragen zu haben, weil die Construction dieser Instrumente eine Reduction auf den Horizont nothwendig macht, welche unter übrigens gleichen Umständen bey kleinen Winkeln am grössten wird, und weil in diesem Falle wegen der schiefen Lage des Instrumentes nicht so genau pointirt werden kann, als wenn das vertikale Signal von dem Fadenkreuz vertikal durchschnitten wird. Diese Nachtheile fallen aber bey den Münchner Repetitions-Theodolithen, welche den Winkel im Horizont unmittelbar geben, durchaus weg.

Noch muss ich eines meiner Hülfsdreiecke erwähnen, in welchem zwey sehr kleine Winkel vorkommen, nämlich des Dreiecks BAW. Auf dieses Dreieck kann der obige Grundsatz offenbar nicht angewendet werden, eben so wenig als auf das Dreieck NBD, weil in diesen Dreiecken zwei Seiten nebst dem gebildeten Winkel gegeben sind und in diesem

Fall die dritte Seite um so zuverlässiger gefunden wird, je mehr der gebildete Winkel zwey Rechten sich nähert.

Berechnung der Dreiecke

Dreieck	Winkel	log. Sin des Winkels	Differ. für 0",1	gegenüber liegende Seiten in Meter	Logarithmen der Seiten
ABD'	D' = 19° 25' 59",3	9,5220614	5,97	AB = 859m4420	2,9342166
	B = 77 0 40,5	9,9887438	0,48	AD' = 2517,091	3,4008990
	A = 83 33 19,9	9,9972471	0,24	BD' = 2566,861	3,4094023
ABN	N = 21 29 29,2	9,5639107	5,34	AB = 859,4420	2,9342166
	B = 87 52 39,2	9,9997019	0,08	AN = 2344,270	3,3700078
	A = 70 37 51,6	9,9746969	0,74	BN = 2213,109	3,3450028
D'BN	N = 8 7 4,7	9,9956262		D'B = 2566,861	. . . . .
	D' = 6 59 35,3	9,9967571		NB = 2213,109	. . . . .
	B = 164 53 20,0	. . . . .		D'N = 4738,697	. . . . .
D'NH	H = 71 39 49,5	9,9773700	0,70	D'N = 4738,697	3,6756590
	N = 96 35 59,0	9,9971124	0,25	D'H = 4959,084	3,6954010
	D' = 11 44 11,5	9,3083736	10,13	NH = 1015,464	3,0066646
ABC	C = 54 31 25,5	9,9108143	1,50	AB = 859,4420	2,9342166
	B = 37 18 57,0	9,7826219	2,77	AC = 639,7703	2,8060241
	A = 88 09 37,5	9,9997761	0,07	BC = 1054,820	3,0231783
ACW	W = 40 9 40,9	9,8095209	2,49	AC = 639,7703	2,8060241
	C = 45 26 32,2	9,8528116	2,07	AW = 706,8297	2,8493148
	A = 94 23 46,9	9,9987203	0,16	CW = 989,0649	2,9952235
BAW	W = 1 24 10,7	9,9998689	. . .	AB = 859,4420	. . . . .
	B = 1 9 13,7	9,9999120	. . .	AW = 706,8297	. . . . .
	A = 177 26 35,6	. . . . .	. . .	BW = 1565,886	. . . . .

Dreieck	Winkel	log. Sin des Winkels	Differ. für 0″1	gegenüber liegende Seite im Meter	logarithm der Seite
BWD′	D′ = 34° 18′ 43″,4	9,7510479	3,09	BW = $1565^{m}886$	3,1947601
	W = 67 31 23,4	9,9656851	0,87	BD′ = 2566,849	3,4094003
	B = 78 9 53,2	9,9906685	0,44	WD′ = 2718,818	3,4343802
BWH	H = 35 23 22,0	9,7627768	2,96	BW = 1565,886	3,1947601
	B = 65 2 57,3	9,9574196	0,98	WH = 2451,506	3,3894329
	W = 79 33 40,7	9,9927520	0,39	BH = 2659,104	3,4247353
D′BH	H = 13 3 24,0	9,9780665	. . .	D′B = 2566,849	. . . . .
	D = 18 43 45,5	9,9763711	. . .	BH = 2659,104	. . . . .
	B = 143 12 50,5	. . . . .	. . .	D′H = 4959,068	. . . . .
ABE	E = 38 10 51,8	9,7910928	2,68	AB = 859,4420	[illegible]42166
	B = 25 22 20,4	9,6319497	4,44	AE = 595,7630	2,7750735
	A = 116 26 47,8	9,9519927	1,05	BE = 1244,848	3,[illegible]51165
AEW	W = 51 15 51,1	9,8921167	1,69	AE = 595,7630	2,7750735
	E = 67 44 23,5	9,9663640	0,87	AW = 706,8393	2,84[illegible]3208
	A = 60 59 45,4	9,9418022	1,17	EW = 667,9730	2,8247590
BAW	W = 1 24 11,9	. . . . .	. . .	AB = 859,4420	. . . . .
	B = 1 9 14,8	. . . . .	. . .	AW = 706,8393	. . . . .
	A = 177 26 33,2	. . . . .	. . .	BW = ...	. . . . .

AW ist in dem Iten Prüfungsnetz . . . . = $706^{m}8297$
in dem IIten . . . . = 706,8393
Differenz . . . . = 0,0096

Um diese Differenz wird nun auch BW in dem IIten Prüfungsnetz grösser, weil der Winkel BAW nahe 180° ist.

BW war in dem Iten Prüfungsnetz . . . . $1565^{m}886$
Differenz 0,0096
BW ist also in dem IIten Prüfungsnetz 1565,8956

Da die Winkel der zwey letzten Dreiecke in beiden Prüfungsnetzen dieselben sind, so sind diese Dreiecke in beiden Prüfungsnetzen einander ähnlich, und alle ent-

sprechenden Linien wachsen in gleichem Verhältniss; wir können daher aus dem Wachsthum der Linie BW das der Linie D'H ableiten, indem wir das erstere mit dem Exponent $\frac{D'H}{BW}$ multipliziren.

Es ist aber $\frac{D'H}{BW} = \frac{4959{,}068}{1565{,}896} = 3{,}166$

folglich ist das Wachsthum von D'H $= 3{,}166 \times 0{,}0096 = 0^m0304$
D'H war nach dem Iten Prüfungsnetz . . . . 4959 ,068
D'H ist also nach dem IIten Prüfungsnetz . . . . . 4959 ,0984

Wiederholung

D'H nach dem Hauptnetz . . . (1)	$= 4959^m084$		$= 4959^m084$
D'H nach dem Iten Prüfungsnetz (2)	$= 4959{,}068$		
D'H nach dem IIten Prüfungsnetz (3)	$= 4959{,}098$		
Mittel aus den beiden Prüfungsnetzen			$= 4959{,}083$
Differenz			$0{,}001$
Mittel aus (1) und (2 et 3)			$= 4959{,}0835$

Das Mittel aus den Bestimmungen der Linie D'H durch die beiden Prüfungsnetze differirt also von der Bestimmung durch das Hauptnetz, welches auch nicht einzigen Winkel mit den erstern gemein hat, um 0^m001, das ist um einen Millimeter oder ohngefähr um eine halbe Linie.

Die Differenzen der einzelnen Bestimmungen vom Mittel sind $1\frac{1}{2}$ Centimeter oder ohngefähr einen halben Zoll. Wer die Vollkommenheit der Münchner Repetitionstheodolithen nicht kennt, muss eine solche Genauigkeit für unerreichbar halten. Wir werden aber im folgenden Abschnitt sehen, dass auch hier diese Uebereinstimmung nicht ein bloses Spiel des Zufalls, sondern eine nothwendige Folge der Vollkommenheit ist, welche jene Instrumenten auszeichnet.

Die Linie D'H, deren Länge wir so eben gefunden haben ist die Entfernung des Kreuzes auf dem Heiligensteiner Kirchthurme von dem Punkte D' welcher in der südwestlichen Oeffnung des nördlichen Domthurms den den Standort des Theodolithen bezeichnet. Diese Linie müssen wir auf DH reduziren, ehe wir in der Berechnung der Dreiecke fortfahren können.

D'H fig 13 bildet mit der Excentricität D'D einen Winkel von 187°. 14'. 37", HD' ist = $4959^{m}0835$ D'D = $3^{m}7748$, hieraus folgt Winkel D = 7° 14'. 17" Winkel H = 0° 0' 20"

Nun ist HD = Hq + qD = HD' cos H + D'D cos D = 4959,0835 + 3,7447
also HD . . . . = $4962^{m}8282$

Fortsetzung der Berechnung der Dreiecke.

Dreieck	Winkel	log. Sin des Winkels	Differ. für 0"1	gegenüber liegende Seite im Meter	logarithm der Seite
HDJ	J = 25° 16' 29"0 D = 73 21 47,0 H = 81 21 44,0	9,6303861 9,9814281 9,9950459	4,46 0,63 0,32	HD = $4962^{m}8282$ HJ = 11137,082 DJ = 11491,829	3,6957294 4,0467714 4,0603892
DJM	M = 36 21 49,0 D = 67 4 27,2 J = 76 33 43,8	9,7729870 9,9642644 9,9879444	2,86 0,89 0,50	DJ = 11491,829 JM = 17851,169 DM = 18851,526	4,0603892 4,2516666 4,2753466
HDM	M = 7 56 6,46 H = 31 37 39,34 D = 140 26 14,2	9,9958217 9,9301716	. . . .	DH = 4962,8282 DM = 18851,526 HM = 22896,749	. . . .
DOM	O = 72 16 47,6 M = 90 1 55,3 D = 17 41 17,4	9,9788899 10,0000000 9,4826377	0,67 0,00 6,60	DM = 18851,526 DO = 19790,495 MO = 6013,046	4,2753466 4,2964567 3,7790944

VII. ABSCHNITT.

Wahrscheinlicher Fehler der Seiten des Dreiecknetzes.

Um die Wirkung zu erfahren, welche die möglichen Fehler der Triangulation in den Hauptlinien unseres Dreiecknetzes hervorbringen können, wollen wir den Einfluss eines Fehlers von einer Sekunde in jedem Winkel einzeln bestimmen.

Wenn in einem Dreieck eine Seite unverändert bleibt, die 3 Winkel aber sich ein wenig ändern, so erleiden die zwey andern Seiten des Dreiecks ebenfalls kleine Aenderungen. Um diese Aenderungen zu erhalten bestimmt man erstlich die Veränderung der Seiten, welche erfolgt, wenn der eine Winkel sich ändert, der zweite aber unverändert bleibt, und nachher die Veränderung welche erfolgt wenn der 2te Winkel sich ändert der erste aber unterdessen unverändert bleibt. Die Summe dieser beiden Veränderungen ist der Veränderung gleich welche erfolgt wenn die beiden Winkel sich zu gleicher Zeit ändern. Auf die Aenderung des dritten Winkels darf keine Rücksicht genommen werden, weil dieselbe eine nothwendige Folge der Veränderungen der beiden andern Winkel ist.

1.) Wenn in dem Dreieck ABD' fig. 9 der Winkel A unverändert bleibt und D' um $1''$ kleiner wird, so wird B um $1''$ grösser, D' rückt nach δ' und $D'\delta'$, $D'\gamma'$ sind die hierdurch entstehenden Veränderungen in AD' und ND', wir wollen diese Veränderungen durch $d(AD')$ und $d(ND')$ bezeichnen

Nun ist $D'\delta' = \frac{BD'}{\text{Sin } D'} \text{Sin } 1''$ und $D'\gamma = D'\delta' \cos \varphi = \frac{BD'}{\text{Sin } D'}, \text{Sin } 1'' \cos \varphi$

also . . . . $d(ND')$ . . . . . . $= \frac{BD' \text{ Sin } 1'' \cos \varphi}{\text{Sin } D'}$

der Werth von $d(ND')$ erhält das Zeichen — weil ND' abnimmt, wenn D' zunimmt.

2.) Bleibt D' ungeändert während A um $1''$ grösser wird (siehe fig. 10) so ist $D'\gamma''$ der Einfluss auf ND'. Nun ist $D'\delta'' = \frac{BD' \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } B\delta''D'}$ und, weil die Punkte $ABD'\delta''$ auf dem Umfang eines Kreises liegen, $B\delta''D' = BAD' = A$, also $D'\delta'' = \frac{BD' \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } A}$

ferner ist $D'\gamma'' = D'\delta'' \cos ND'\delta''$ und $ND'\delta'' = AD'\delta'' + AD'N$

$= AB\delta'' + \varphi = ABD' + \varphi = B + \varphi$,

folglich $D'\gamma''$ oder $d(ND') = - \frac{BD' \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } A} \cos (B + \varphi)$

Eben so ist im Dreieck ABN der Einfluss einer Aenderung von $1''$ in den Winkeln N und A auf die Linie ND' für N gleich $d(ND') = - \frac{BN \text{ Sin } 1'' \cos \psi}{\text{Sin } N}$

für A gleich $d(ND') = - \frac{BN \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } A} \cos (B + \psi)$

Um den Einfluss auf $D'H$ zu erhalten, darf man diese Ausdrücke nur mit dem Exponent $\frac{D'H}{D'N}$ multipliziren.

3.) Wächst in dem Dreieck D'NH fig. 11 der Winkel D' um 1″ während N ungeändert bleibt, so wird

$$d(D'H) = h'\gamma' = \frac{H\gamma'}{\text{tang } H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad = + \frac{D'H \text{ Sin } 1''}{\text{tang } H}$$

4.) wird N um 1″ grösser so ist

$$d(D'H) = Hh' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad = + \frac{HN \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } H}$$

Eben so ist im Dreieck ABC

wenn B um 1″ grösser wird $d(AC) = Cc' \ldots\ldots\ldots = + \frac{BC \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } C}$

wenn A um 1″ grösser wird $d(AC) = \gamma''c'' \ldots\ldots\ldots = + \frac{AC \text{ Sin } 1''}{\text{tang } C}$

Die hierdurch in AW und BW entstehenden Aenderungen sind

$$d(BW) \ldots\ldots\ldots = + \frac{AW}{AC} \cdot \frac{BC \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } C}$$

$$d(BW) \ldots\ldots\ldots = + \frac{AW \text{ Sin } 1''}{\text{tang } C}$$

Desgleichen ist im Dreieck ACW die Wirkung einer Aenderung

von C auf AW oder $BW = d(BW) \ldots\ldots\ldots = + \frac{CW \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } W}$

von A $\ldots\ldots\ldots$ $d(BW) \ldots\ldots\ldots = + \frac{AW \text{ Sin } 1''}{\text{tang } W}$

In den Dreiecken BAE und AEW findet man ähnliche Ausdrücke

5.) In dem Dreieck DHJ erhält man für eine Aenderung von 1″

in J $\quad d(DJ) = \frac{- DJ \text{ Sin } 1''}{\text{tang } J} \quad d(DM) = - \frac{DM \text{ Sin } 1''}{\text{tang } J}$

in H $\quad d(DJ) = + \frac{DJ \text{ Sin } 1''}{\text{tang } H} \quad d(DM) = + \frac{DM \text{ Sin } 1''}{\text{tang } H}$

In dem letzten Dreieck DJM ist für ein

Wachsthum von 1″ in M $\quad d(DM) = - \frac{DM \text{ Sin } 1''}{\text{tang } M}$

in J $\quad d(DM) = + \frac{DM \text{ Sin } 1''}{\text{tang } J}$

Diese Ausdrücke nebst ihren numerischen Werthen sind in folgender Tabelle zusammen gestellt.

Dreieck	Der Einfluss eines Wachsthums von 1″			Einfluss auf		
	in dem W.	auf die Seite	ist gleich	BW	D'H	DM
ABD'	D'	D'H	$-\frac{D'H}{D'N}\cdot\frac{BD'}{\sin D'}\cdot \sin 1'' \cos\varphi$	. . . .	-0^m03832	-0^m14530
	A	D'H	$-\frac{D'H}{D'N}\cdot\frac{BD'}{\sin A}\cdot \sin 1'' \cos(B+\varphi)$	. . . .	$-0{,}00012$	$-0{,}00046$
ABN	N	D'H	$-\frac{D'H}{D'N}\cdot\frac{BN}{\sin N}\cdot \sin 1'' \cos\Psi$	. . . .	$-0{,}02983$	$-0{,}11330$
	A	D'H	$-\frac{D'H}{D'N}\cdot\frac{BN}{\sin A}\cdot \sin 1'' \cos(B+\Psi)$	. . . .	$+0{,}00233$	$+0{,}00887$
D'NH	D'	D'H	$+\frac{D'H}{\operatorname{tang} H}\cdot \sin 1''$	. . . .	$+0{,}00790$	$+0{,}03002$
	N	D'H	$+\frac{NH}{\sin H}\cdot \sin 1''$	. . . .	$+0{,}00519$	$+0{,}01970$
ABC	B	AW	$+\frac{AW}{AC}\cdot\frac{BC}{\sin C}\cdot \sin 1''$	$+0^m006938$	$+0{,}02192$	. . . .
	A	AW	$+\frac{AW}{\operatorname{tang} C}\cdot \sin 1''$	$+0{,}002443$	$+0{,}00774$	. . . .
ACW	C	AW	$+\frac{[illegible]}{\sin W}\cdot \sin 1''$	$+0{,}007436$	$+0{,}02355$	. . . .
	A	AW	$+\frac{AW}{\operatorname{tang} W}\cdot \sin 1''$	$+0{,}004060$	$+0{,}01286$	. . . .
ABE	B	AW	$+\frac{AW}{AE}\cdot\frac{BE}{\sin E}\cdot \sin 1''$	$+0{,}011580$	$+0{,}03669$	. . . .
	A	AW	$+\frac{AW}{\operatorname{tang} E}\cdot \sin 1''$	$+0{,}004358$	$+0{,}01380$	. . . .
AEW	E	AW	$+\frac{EW}{\sin W}\cdot \sin 1''$	$+0{,}004152$	$+0{,}01315$	. . . .
	A	AW	$+\frac{AW}{\operatorname{tang} W}\ \sin 1''$	$+0{,}002749$	$+0{,}00871$	. . . .
BWD'	D'	D'H	$-\frac{BD}{\sin D'},\ \sin 1'' \cos p$	. . . .	$-0{,}02127$	. . . .
	W	D'H	$-\frac{BD}{\sin W}\cdot \sin 1'' \cos(B+p)$	. . . .	$+0{,}00061$	. . . .
BWH	H	D'H	$-\frac{BH}{\sin H}\cdot \sin 1'' \cos q$	. . . .	$-0{,}02125$	. . . .
	W	D'H	$-\frac{BH}{\sin W}\cdot \sin 1'' \cos(B+q)$	. . . .	$-0{,}00174$	. . . .

Dreieck	Der Einfluss eines Wachsthums von 1″			Einfluss auf		
	in dem W.	auf die Seite	ist gleich	BW	D'H	DM
HDJ	J	DM	$-\frac{DM}{\tan J} \cdot \sin 1''$	. . . .	. . . .	-0^m19354
	H	DM	$+\frac{DM}{\tan H} \cdot \sin 1''$	. . . .	. . . .	$+0,01388$
DJM	M	DM	$-\frac{DM}{\tan M} \cdot \sin 1''$	. . . .	. . . .	$-0,12411$
	J	DM	$+\frac{DM}{\tan J} \cdot \sin 1''$	. . . .	. . . .	$+0,02163$

Um die **Grenze** bestimmen zu können, innerhalb welcher unsere berechneten Linien richtig sind, muss die Grenze der Fehler der einzelnen Winkel bekannt seyn. Diese Grenze haben wir unten angegeben. In mehreren Winkeln ist, wie wir gesehen haben, das Maximum des wahrscheinlichen Fehlers 2″ in andern 1″ in einigen scheint selbst nur eine halbe Sekunde Fehler zulässig zu seyn. Da die algebraische Summe der Aenderungen der 3 Winkel eines Dreiecks = 0 seyn muss, so ist die algebraische Summe der Aenderungen von zwey Winkeln gleich der Aenderung des 3ten Winkels negativ genommen. Wenn man daher zwey Winkel in einem Dreieck ändert, so darf die algebraische Summe dieser Aenderungen die Grenze des wahrscheinlichen Fehlers des 3ten Winkels nicht übersteigen. Wenn z. B. diese Grenze gleich 2″ ist, so darf man nicht einen jeden der beiden andern Winkel um 2″ grösser annehmen, weil diese Annahme eine Aenderung von — 4″ im 3ten Winkel zur Folge hätte. Die **grösste Aenderung der Seiten** wird entstehen, wenn man denjenigen Winkel, welcher den grössten Einfluss hat, um das Maximum seines wahrscheinlichen Fehlers sich ändern lässt, und den zweiten Winkel noch um so viel als der 3te es zulässt.

Nach diesen Betrachtungen ist es nun leicht, mit Hülfe der vorher-

gehenden Tabelle, die **Grenze der wahrscheinlichen Fehler** der Linien D'H und DM zu bestimmen.

Grenze des wahrscheinlichen Fehlers von D'H

nach dem Hauptnetz				nach dem 1ten Prüfungsnetz				nach dem 2ten Prüf. Netz			
Dreieck	Winkel	Aenderung	Einfluss auf D'H	Dreieck	Winkel	Aenderung	Einfluss auf D'H	Dreieck	Winkel	Aenderung	Einfluss auf D'H
ABD'	D'	— 0"5	+ 0ᵐ01916	ABC	B	+ 2"0	+ 0ᵐ04381	ABE	B	+ 2"0	+ 0ᵐ07338
	A	— 1,5	+ 0,00018		A	+ 0,0	+ 0,00000		A	+ 0,0	+ 0,00000
ABN	N	— 0,5	+ 0,01491	ACW	C	+ 2,0	+ 0,04710	AEW	E	+ 2,0	+ 0,02630
	A	+ 2,0	+ 0,00466		A	+ 0,0	+ 0,00000		A	+ 0,0	+ 0,00000
D'NH	D	+ 2,0	+ 0,01580	BWD'	D'	— 0,5	+ 0,01063	BWD'	D'	— 0,5	+ 0,01063
	N	+ 0,0	+ 0,00000		W	+ 2,0	+ 0,00161		W	+ 2,0	+ 0,00161
				BWH	H	— 0,5	+ 0,01062	BWH	H	— 0,5	+ 0,01062
					W	— 1,5	+ 0,00269		W	— 1,5	+ 0,00260
Summe . .			+ 0,05471	Summe			+ 0,11610	Summe			+ 0,12514

Grenze des wahrscheinlichen Fehlers von DJ und DM
herrührend von den Fehlern der Winkel der Dreiecke DHJ und DJM

Dreieck	Winkel	Aenderung	Einfluss auf DJ	Einfluss auf DM
HDJ	J	— 0"5	+ 0ᵐ05900	+ 0ᵐ09677
	H	+ 1,9	+ 0,00846	+ 0,01388
DJM	M	— 0,5		+ 0,06205
	J	+ 1,0		+ 0,02183
Summe			+ 0,06746 .	+ 0,19453

Nimmt man an, dass ein Drittheil der Fehler im entgegengesetzten Sinne wirkt, so werden sich die berechneten Maxima auf den dritten Theil reduziren und der berechnete **wahrscheinliche Fehler** von D'H wird

nach dem Hauptnetz . . . . = 0ᵐ01824 = [illegible] Zoll
nach dem 1ten Prüfungsnetz . . . . = 0,03880 = 1 [illegible] Zoll
nach dem 2ten Prüfungsnetz . . . . = 0,04171 = 1 [illegible] Zoll

Die Differenzen der oben pag. 68 gefundenen Resultate von ihrem Mittel sind

für das Hauptnetz	$= + 0^{m}00350$	= [illegible] Linie
für das 1te Prüfungsnetz	$= - 0,01550$	= ½ Zoll
für das 2te Prüfungsnetz . . . . . , .	$= + 0,01450$	= ½ Zoll

Die berechneten wahrscheinlichen Fehler sind fast 3mal so gross als die Differenzen welche sich aus den wirklichen Messungen ergeben; es ist daher wahrscheinlich, dass entweder die einzelnen Fehler das angenommene Maximum nicht erreicht haben, oder dass eine grössere Compensation Statt gefunden hat, oder dass Beides zugleich der Fall war.

Die geringe Grösse der oben berechneten wahrscheinlichen Fehler beweist, dass die Linie D'H, besonders durch das Hauptnetz mit grosser Zuverlässigkeit bestimmt werden konnte. Die Harmonie der einzelnen Messungen beweist dass diese Linie wirklich äusserst genau bestimmt ist. Dem ohngeachtet wollen wir den wahrscheinlichen Fehler des Mittels aus den 3 Resultaten auf $0^{m}01$ setzen.

Der Einfluss dieses Fehlers auf DJ ist $= 0^{m}02316$ auf DM $= 0^{m}03800$
das Maximum des Fehlers der Triangulation in den beiden letzten Dreiecken DHJ und DJM ist wie wir oben gefunden haben für DJ $= 0^{m}06746$ für DM $= 0^{m}19453$
setzen wir den letzten wegen wahrscheinlicher Compensation auf die Hälfte . . . . $= 0,09726$
so wird

A.) der ganze Fehler der Triangulation . . . . . für DJ $= 0^{m}09062$ für DM $= 0^{m}13526$

Früher haben wir gesehen dass die zwey Messungen der Basis nur $0^{m}001791$ von einander und von ihrem Mittel nur $0^{m}000895$ differirten, und dass, nach der Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers diese Dif-

ferenzen nicht viel grösser hätten ausfallen können. Setzt man aber dennoch den Fehler der Basis auf das Doppelte nämlich auf 0^{m}002 so wird

B.) der aus dem Fehler der Basis entspringende Einfluss auf HD′ 0^{m}01154, auf DJ . . . = 0^{m}02674, auf DM . . . 0^{m}04386

Bisher haben wir die aus Nro. 10, 11 und 12 pag. 38 entsprindende Ungewissheit ausser Acht gelassen, wir wollen dieselbe hier nachtragen.

a.) Die Ungewissheit in der Bestimmung des absoluten Werthes der Stange Nro. 1 beträgt wie wir im folgenden Abschnitt sehen werden auf einen Meter 0^{m}00000162
b.) Die Ungewissheit in der Reduction aller Stangen auf die Stange Nro. 1 0,00000065
c.) Der Fehler des Keils 0,00000117
Summe . . . . 0^{m}00000344

C.) Der Einfluss dieser drey Fehler beträgt
auf die kleine Basis . . . . . . 0^{m}00295 auf D′H . . 0^{m}0170
auf DJ . . . . 0,0394 auf DM . . 0,0647

D.) Der Fehler im Centriren der Stationen kann höchstens auf 0^{m}01 bis 0^{m}02 gesetzt werden.

Ich glaube nun alle nur irgend mögliche Fehler angegeben und ihren Einfluss auf die grössern Linien unseres Dreiecknetzes mit der grössten Gewissenhaftigkeit bestimmt zu haben. Stellen wir dieselben zusammen.

A.) Einfluss des Fehlers der Basis	auf DJ = 0^{m}02674	auf DM = 0^{m}04386
B.) Einfluss des Fehlers im absoluten Werth der Messstangen und des geom. Keils	= 0,03940	0,06470
C.) Einfluss der Fehler der Triangulation	0,09062	0,13526
D.) Einfluss des Fehlers im Centriren der Stationen	0,02000	0,02000
TOTALFEHLER . .	in DJ = 0,17676	in DM = 0,26382

Die Ungewissheit, welche in der Bestimmung der beiden genannten Linien übrig bleibt und in der Unvollkommen-

heit sowohl der Instrumente als der Beobachtungen ihren Grund hat, beträgt also im schlimmsten Fall, wenn nämlich alle zuletzt angegebene von einander ganz unabhängige Einflüsse auf dieselbe Seite fallen bey der Linie DJ 0^m17676 oder 6½ Zoll bey der Linie DM 0^m26382 oder 9¾ Zoll.

Wir wollen nun die Zuverlässigkeit der unmittelbaren Messung einer Linie von 20000 Meter untersuchen und zwar unter der Voraussetzung dass diese Linie mit demselben Apparat und auf dieselbe Weise wie unsere kleine Basis gemessen worden sey. Diese Untersuchung ist sehr leicht; wir dürfen nur die Wirkungen aller einzelnen möglichen Fehler, deren Einfluss auf einen Meter wir kennen, für 20000 Meter zusammenstellen.

	Einfluss auf 20000 Met.
I. Fehler des Apparates.	
1.) Fehler des Coefficienten der Ausdehnung durch die Wärme bey einer Reduction von 10° pag. 58	0^m0408
2.) Fehler der Thermometerscalen	0,0286
3.) Fehler im absoluten Werth der Stange Nro. 1	0,0324
4.) Fehler der Reduction der 5 Stangen auf die Stange Nro. 1	0,0130
5.) Fehler im absoluten Werth des geom. Keils	0,0240
Summe	0,1388
II. Fehler der Messung	
6.) Fehler in der Richtung der Stange pag. 38	0,0[illegible]00
7.) Fehler im Einschieben des Keils	0,0324
8.) Fehler im Ablesen der Temperatur	0,0286
9.) Fehler der Inclination	0,0120
10.) Fehler im Absenkeln	0,0032
11.) Fehler wegen Verrückung der Stangen	0,0000
Summe	0,0862
I. Fehler des Apparats	0,1388
II. Fehler der Messung	0,0862
Totalfehler ohne Compensation	0,2250

Die Fehlergrenze wäre also 0^m2250 oder 8⅓ Zoll. Setzen wir diese Grösse wegen wahrscheinlicher Compensation auf den dritten Theil herab,

so ist die Ungewissheit der Bestimmung einer Linie von beynahe 2¾ geographischen Meilen durch eine unmittelbare Messung gleich 3 Zoll, vorausgesetzt dass die Messung mit einem eben so vollkommenen Apparat wie der unsrige ist und durchaus unter den güntigsten Umständen ausgeführt werde. Da aber eine Linie von 2¾ Meilen unmöglich unter eben so günstigen Umständen gemessen werden kann, als eine 23mal kleinere, so wird jene Ungewissheit wenigstens auf 6 Zoll erhöht werden müssen.

Eine unmittelbare Messung der Linie DM unsers Dreieck-Netzes hätte also vor unserer trigonometrischen Bestimmung einen Vorzug von höchstens 4 Zoll.

Kann die Linie DM nicht unmittelbar gemessen werden, sondern muss sie erst durch ein Hülfsdreieck aus der gemessenen Basis abgeleitet werden, kann ferner bis zu den Endpunkten der Basis nicht direct gemessen werden, sondern muss man erst diese Endpunkte durch grosse Seitendreiecke mit der gemessenen Linie in Verbindung bringen (Beides war bey der von Lämmle gemessenen Basis DO der Fall) so wird selbst der obige geringe Vorzug von 4 Zoll sehr zweifelhaft werden.

Alle bisherige Rechnungen wurden speziell für unsere kleine Triangulation geführt, das erhaltene Resultat gilt daher bloss für diese kleine Unternehmung. Da aber die Aufgabe, welche wir uns gegeben haben, einer allgemeinen Auflösung fähig ist, so wollen wir für mehrere Netze, welche ich zu unserem Zweck für vorzüglich geeignet halte und unter denen man, je nachdem es die Localitäten erfordern, das passendste wählen kann, die Grenze des trigonometrischen Fehlers bestimmen.

In den Figuren 21 bis 24 bezeichne AB die kleine gemessene Basis, MN die zu bestimmende Dreiecks-Seite. Letztere setzen wir gleich 20000 Meter oder beynahe gleich 3 geographischen Meilen, und den Fehler in den Winkeln gleich einer Sekunde.

In fig. 21 sey AB = ¼ MN = 1250 Meter. Dx = Cx = ¼ MN
In fig. 22 sey AB = ½ MN = 2500 Meter. AC = ¼ MN
In fig. 23 sey AB = ½ MN = 2500 Meter.
In fig. 24 sey AB = ½ MN = 2500 Meter. Cx = Mx = ½ MN

Wir setzen voraus, dass die Dreiecke vollkommen gleichschenklich und nur die Winkel B fig. 22 und C fig. 24 = 90° seyen. Durch diese Voraussetzung wird die Bestimmung des Einflusses eines Fehlers von 1″ in den Winkeln auf die Linie MN äusserst einfach, weil nur der Fehler eines einzigen nämlich des kleinsten Winkels in jedem Dreieck zu berücksichtigen ist, indem in den andern Winkeln selbst Fehler von mehreren Sekunden ohne merklichen Einfluss sind. Diese Dreiecke haben daher auch den Vorzug dass in jedem nur ein einziger Winkel mit grosser Zuverlässigkeit gemessen werden darf. In der Wirklichkeit wird man freylich solche vollkommen gleichschenkliche oder rechtwinkliche Dreiecke nicht erhalten können, allein diess ist auch nicht nothwendig, da eine Abweichung von mehreren Graden noch keine bedeutende Wirkung hat, man werffe nur einen Blick auf die Tabelle pag. 72.

Wird in fig. 21 der Winkel ADB um 1″ kleiner, so ändert sich AD um $\frac{\text{BD Sin } 1''}{\text{Sin D}}$, CD um $\frac{\text{BD Sin } 1''}{\text{Sin D}}$ cos ½ D, es ist aber BD cos ½ D = ½ CD folglich ist die Aenderung von CD = ½ $\frac{\text{CD Sin } 1''}{\text{Sin D}}$. Der Einfluss dieser Aenderung auf MN ist ½ MN $\frac{\text{Sin } 1''}{\text{Sin D}}$.

Eben so gross ist der Einfluss eines Fehlers von 1″ in den 3 andern spitzen Winkeln bey C, M, N. In fig. 22 ist der Einfluss eines Fehlers von 1″ in ACB auf AC = $\frac{\text{BC Sin } 1''}{\text{Sin C}} = \frac{\text{AC cos C Sin } 1''}{\text{Sin C}}$ = 2AC cos C Sin 1″, weil weil Sin C = ½, der Einfluss auf MN = 2MN cos C Sin 1″.

Berechnet man den Einfluss der Fehler in den übrigen Winkeln auf dieselbe Weise so entsteht folgende Tabelle.

Figur.	fehlerhaft. Winkel	Einfluss von 1" in dem nebenstehenden Winkel auf die Linie MN	Fehlergrenze in Meter	Fehlergrenze in Zollen	grösster wahrsch. Fehler in Meter	grösster wahrsch. Fehler in Zollen
21	C	$\frac{MN \text{ Sin } 1''}{2 \text{ Sin } C}$ . . . . $0^m,1029$				
	D	 0,1029				
	M	 0,1029				
	N	 0,1029	$0^m,4116$	15	$0^m,1372$	5
22	C	$2 MN \cos C \text{ Sin } 1'' = 0,1680$				
	M	$\frac{MN \text{ Sin } 1''}{2 \text{ Sin } M}$ . . $= 0,1029$				
	N	. . . . $= 0,1029$	0,3729	14	0,1243	4 2/3
23	M	$\frac{MN \text{ Sin } 1''}{2 \text{ Sin } M}$ . . $= 0,1967$				
	N	. . . . $= 0,1967$	0,3934	14 1/2	0,1311	5
24	C	$\frac{MN \text{ Sin } 1''}{2 \text{ Sin } C}$ . . $= 0,1029$				
	N	. . . . $= 0,1029$				
	M	$2 MN \cos M \text{ Sin } 1'' = 0,1680$	0,3729	14	0,1243	4 2/3

Wenn also in einem dieser Netze jeder Hauptwinkel um eine ganze Sekunde fehlerhaft wäre, und alle Fehler auf dieselbe Seite fielen, so wäre der hierdurch entstehende Fehler in der Linie MN höchstens 15 Zoll oder 0^m41. Nimmt man aber an, dass ein Drittheil der Fehler negativ wirke, so reduzirt sich die Fehlergrenze von 15 Zoll auf 5 Zoll oder 0^m137 und diess ist also der grösste wahrscheinliche Fehler der Triangulirung.

Dem Netze fig. 21 gebe ich vor den übrigen den Vorzug 1.) weil es nur eine halb so grosse Basis als die übrigen voraussetzt und doch dieselbe Genauigkeit gewährt, 2.) weil bey 4 Dreiecken sicherer auf eine Compensation gezählt werden kann als bey einer geringern Anzahl Dreiecken.

Wollte man MN durch 6 gleichschenkliche Dreiecke aus AB ableiten,

so würden die Dreiecke etwas weniger spitz, jeder Winkel an der Spitze würde nämlich 43° 17′, allein die Fehlergrenze würde desswegen nicht geringer, sie wäre $0^m4242 = 15\frac{1}{3}$ Zoll, der wahrscheinliche Fehler = 5 Zoll. Die Fehlergrenze für eine 32mal kleinere Basis und 6 gleichschenkliche Dreiecke wäre $0^m5076 = 19$ Zoll, der wahrscheinliche Fehler = $6\frac{1}{3}$ Zoll Die Fehlergrenze für eine 32mal kleinere Basis und 4 gleichschenkliche Dreiecke wäre $0^m5656 = 21$ Zoll, der wahrscheinliche Fehler = 7 Zoll. Die Fehlergrenze unsers Hauptdreiecknetzes welches aus 5 Dreiecken besteht, wird erhalten, wenn man in Tabelle pag. 72 u. 73 alle in der letzten Colonne stehenden Zahlen ohne Rücksicht auf die Zeichen addirt, man findet 0^m6708, den wahrscheinlichen Fehler haben wir 0^m1352 also über 4mal kleiner gefunden.

Dass man, von einer kleinen Basis aus, durch lange gleichschenkliche Dreiecke, weit schneller zwey entfernte Punkte erreicht, als durch gleichseitige Dreiecke ist einleuchtend, dass aber auch letztere in Beziehung auf Genauigkeit vor den erstern keinen Vorzug verdienen, wird durch Folgendes erhellen..

In fig. 25 sey wie bisher AB die gemessene Basis, MN die zu bestimmende Linie. Diese wollen wir 1.) durch 10 gleichseitige und dann 2.) durch 2 gleichschenkliche Dreiecke aus AB ableiten und für beide Netze die Fehlergrenze der Triangulirung bestimmen.

1.) Der Einfluss eines Fehlers von 1″ in einem Winkel der gleichseitigen Dreiecke auf eine gegenüberliegende Seite ist $\frac{AB \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } 60^\circ}$. Der Einfluss auf die Linie MN folgl. $= \frac{AB \text{ Sin } 1'' \cos 30^\circ}{\text{Sin } 60^\circ} = AB \text{ Sin } 1'' = 1/6 \text{ MN Sin } 1''$. Da aber ein Fehler in einem jeden Dreieck sich durch die folgenden fortpflanzt, so ist der Einfluss eines Fehlers von einer Sek. in dem Dreieck ABC . . . . . = 3/6 MN Sin 1″
in dem Dreieck BCD . . . . . = 2/6 MN Sin 1″
in dem Dreieck CDE . . . . . = 2/6 MN Sin 1″
in dem Dreieck CEF . . . . . = 1/6 MN Sin 1″
in dem Dreieck FEN . . . . . = 1/6 MN Sin 1″
Summe der Fehler . . . . = 9/6 MN Sin 1″

Da der Einfluss der Fehler in den 5 Dreiecken auf der andern Seite eben so gross ist, so ist also der Einfluss der Fehler in den zehn gleichseitigen Dreiecken auf MN = 3 MN Sin 1″ = MN × 0,0000145;

2.) Der Einfluss eines Fehlers von 1″ in den Winkeln der beiden gleichschenklichen Dreiecke auf MN ist $\frac{MN \text{ Sin } 1''}{\text{Sin N}}$ oder, weil M und N = 18° 55′ und Sin M = 0,3272 ist, so ist dieser Einfluss = 3,08 MN Sin 1″ = MN × 0,0000149 also kaum merklich grosser als der obige.

Bey 10 gleichseitigen Dreiecken kann man allerdings sicherer auf Compensation zählen, wird man aber deswegen 10 Dreiecke anlegen, wenn man durch zwey seinen Zweck erreichen kann. Statt der 4 gleichschenklichen Dreiecke in fig. 21 hätten wir 31 gleichseitige nothwendig gehabt.

Die eben vorgenommene Bestimmung beruht ganz allein auf der Voraussetzung dass man terrestrische Winkel auf eine Sekunde genau messen und bey mehrern Dreiecken auf eine Compensation zählen könne. Dass man mit einem Reichenbachischen Repetitionstheodolithen terrestrische Winkel auf eine Sekunde genau messen könne ist keinem Zweifel unterworffen. Wenn auch bey grossen Dreiecken zuweilen Abweichungen von mehrern Sekunden vorkommen, so sind diese Abweichungen sehr selten. Uebrigens fallen die Ursachen, welche in grossen Dreiecken zu solchen Abweichungen Veranlassung geben können, in kleinen Dreiecken zum Theil oder ganz weg. In den Unvollkommenheiten des Theodolithen können diese Ursachen nicht gesucht werden. Ich bin überzeugt und diese Ueberzeugung werden alle Leser mit mir theilen, welche diese vortreffliche Instrumenten zu untersuchen Gelegenheit gehabt haben, dass wenn immer richtig pointirt werden könnte eine 10fache Repetition durch die 4 Nonien eines 8zölligen Theodolithen die halbe Sekunde sicher gäbe. Die Ursachen liegen vielmehr ausser dem Instrumente, (*siehe Base metrique Tom 1 pag. 98 disc. pr.*) nämlich in der Undeutlichkeit der Signale, in der verschiedenen Art ihrer Beleuchtung durch die Sonne, in dem Zittern und vielleicht auch in einer Lateral-Refraction der Luft. Alle diese Hindernisse werden aber offenbar bey kleinen Dreiecken vielmal geringer oder verschwinden ganz. Wenn bey heiterem Himmel entfernte Signale wegen der Menge der in der Athmosphäre schwebenden Dünste oft nicht erkannt werden können,

so zeichnen sich nahe Objecte noch sehr deutlich aus. Gebraucht man Signale wie die unsrigen, welche aus einer ebenen vertikalen gleichbreiten Fläche bestehen, so ist die verschiedene Art der Beleuchtung ohne Einfluss, auch ist bey kleinen Entfernungen die Wirkung der übrigens sehr selten vorkommenden Lateralrefraction nicht zu befürchten, (*man sehe Zach. Attraction des montagnes pag.* 273) *)

Wollte man bezweifeln, dass terrestrische Winkel auf eine Sekunde genau gemessen werden können, so müsste man auch den aus einer grossen gemessenen Basis durch Triangulation bestimmten Entfernungen alle Zuverlässigkeit absprechen. Denken wir uns zum Beyspiel ein Dreiecknetz welches aus lauter gleichseitigen Dreiecken besteht. Setzen wir in diesem Netz voraus, dass jeder Winkel eine Sekunde fehlerhaft sey und dass keine Compensation Statt finde, so werden die zwey Seiten des ersten Dreiecks welches sich auf die Basis gründet um $\frac{20000 \text{ Sin } 1''}{\text{Sin } 60°}$ oder um $0^m 11196$ fehlerhaft, wenn die Basis 20000 Meter lang ist. Da dieser Fehler sich durch alle folgenden Dreiecke fortpflanzt und in einem jeden Dreieck dieselben Fehler wieder vorkommen, so werden die Seiten des 2ten Dreiecks um das Doppelte, die des 3ten um das Dreifache, und so fort, fehlerhaft werden. Im 4ten Dreieck wäre der Fehler der Seiten schon $0^m 44784$ und folglich grösser als die Fehlergrenze einer trigonometrischen Bestimmung der Basis, und die grosse auf die unmittelbare Messung der Basis verwendete Sorgfalt wäre ganz unnutz.

---

*) *Anm. Zu einem Signale für eine Entfernung von 2 — 3 Meilen, welches auf den Grund des Himmels sich projizirt, würde ich ein vertikales Brett von etwa 2 Fuss Breite und 8 Fuss Höhe wählen, die untere Hälfte würde ich weiss, die obere schwarz austreichen. Der Hintergrund möchte alsdann hell oder dunkel seyn, ich hätte in jedem Fall ein deutlich begrenztes Object. Das Heliotrop von Gauss müsste übrigens auch bey kleinen Entfernungen die besten Dienste leisten.*

Ist es aber möglich in kleinen Dreiecken einen Winkel auf eine Sekunde genau zu messen und darf man auf Compensation rechnen, so kann man wie wir oben gefunden haben, aus einer kleinen Basis von 1200 Meter eine 16mal grössere von 20000 Meter so genau durch Triangulation ableiten, dass die Ungewissheit der trigonometrischen Bestimmung nur 0^m137 oder 5 Zoll beträgt. Setzt man zu dieser Ungewissheit noch den Einfluss des wahrscheinlichen Fehlers der kleinen Basis mit 0^m079 oder 3 Zoll, so ist die Grenze des wahrscheinlichen Fehlers einer nach unserer Methode trigonometrisch bestimmten Linie von 20000 Meter $= 0^m216$ oder 8 Zoll. Eine unmittelbare Messung hätte also einen Vorzug von 5 Zoll, wenn alle Theile der grossen Linie eben so genau gemessen werden könnten als eine 16mal kleinere und wenn diese Messung ebenfalls wiederholt würde. Kann aber weder das Eine noch das Andere geschehen, so muss man jenen Vorzug wenigstens um ein Paar Zolle vermindern und höchstens auf 2 — 3 Zoll setzen.

Es fragt sich nun sind diese 2 bis 3 Zoll, wenn sie wirklich erreicht werden könnten, des Aufwandes an Zeit, Mühe und Kosten werth, welche die unmittelbare und doppelte Messung einer so grossen Linie erfordert, oder ist eine Genauigkeit vvn 8 Zollen hinreichend? Wir wollen diese Frage hier zu beantworten suchen.

Die französische Gradmessung ist die grösste geodätische Unternehmung, welche bis jetzt ausgeführt worden ist. Sie erstreckt sich über ganz Frankreich von Dünkirchen bis Barcelona und begreift einen Meridianbogen von beynahe 10 Graden in sich. (Später wurde dieselbe noch südlich bis zu den Balearischen Inseln und nördlich bis nach England erweitert). Diese so wie jede andere Gradmessung besteht aus 2 Haupt-Operationen einer geodätischen und einer astronomischen. Durch die erstere wird die Länge des Meridianbogens in Einheiten eines gewissen Längenmaasses, durch letztere das Verhältniss dieses Bogens zum ganzen Umfang der Erde bestimmt. Von der Genauigkeit beider Theile hängt die Zuverlässigkeit des Ganzen ab.

Die astronomische Bestimmung des Bogens beruht auf Zenithdistanzen eines oder mehrerer Sterne, welche an beiden Endpunkten des Bogens beobachtet werden. Nach dem Urtheile der Astronomen kann aber eine mit den vorzüglichsten neuern RepetitionsKreisen selbst durch tausendfältige Beobachtungen erhaltene Zenithdistanz eines Sternes nicht auf eine Sekunde sicher verbürgt werden. Ein Meridianbogen von 10 Graden oder 36000 Sekunden kann also höchstens auf $\frac{1}{36000}$ oder 0,0000278 des Ganzen genau angegeben werden *). Nun ist der wahrscheinliche Fehler einer trigonometrisch bestimmten Basis von 20000 Meter 8 Zoll oder $0^{m}216$ also 0,0000108 des Ganzen **), folglich über 2½ mal kleiner und hat also nur denselben Einfluss auf das Resultat wie ein Fehler von 0″39 in einer der beobachteten Zenithdistanzen. Werden zwey Grundlinien gemessen, wie es bey der französischen Gradmessung der Fall war und bey jeder sehr ausgedehnten Triangulation geschieht, oder ist der zu bestimmende Meridianbogen nur 5°, so beträgt die Ungewissheit der Basis nur so viel, als 0″2 Fehler in einer der beobachteten Zenithdistanzen. Hieraus folgt unwidersprechlich dass auf zwey nach unserer Methode bestimmte Grundlinien, wie die Entfernung des Speyerer Doms und der Mannheimer Sternwarte, die ganze französische Gradmessung hätte gegründet werden können, und dass eine einzige solche Linie für einen Bogen von 5 oder weniger Graden hinreichen würde. Dass eine unserer Grundlinien einer Cadastervermessung zum Grund gelegt werden kann, unterliegt keinem Zweifel, da hier bey weitem die Genauigkeit nicht nothwendig ist,

---

Anm. *) *Zach Attraction des montagnes p. 32.*
Zach monatl. Corresp. Band XXIII. p. 254.
Base metrique Tom III. pag. 553.

Anm. **) *Der Einfluss der Ungewissheit von* 0,0000108 *auf den ganzen Umfang der Erde ist* 432 *Meter, oder* 1330 *Fuss nicht eine halbe Viertelstunde Wegs, auf den Radius* 69 *Meter. Biot setzt die Grenze der Ungewissheit in der Grösse dieses Radius auf* 200 *Meter also auf das 3fache.*

welche eine Gradmessung erfordert. Wünschenswerth ist zwar immer die höchste Genauigkeit, doch muss man diese nicht, wenn der Zweck es nicht erfordert, durch einen allzugrossen Aufwand an Zeit, Mühe und Kosten erkaufen.

Was den Vorzug unserer Methode in Beziehung auf Kostenersparniss angeht, so wird es hinreichend seyn zu bemerken, dass alle Ausgaben welche unsere kleine Triangulation nothwendig machte (den Theodolithen nicht mitgerechnet, der ohnediess zur grössern Triangulation angeschafft werden muss) die Summe von 130 Gulden nicht übersteigen. Diese Summe würde allerdings etwas stärker ausgefallen seyn, wenn ich nicht die feinere Ausarbeitung mehrerer Theile des Apparates z. B. der eisernen Messstangen, des geometrischen Keils, selbst übernommen, oder wenn das (bey den Basis-Messungen aus 6 Zöglingen unsers Lyzeums bestehende) Personale auf Taggebühren Anspruch gemacht hätte. Man erhöhe für den letztern Fall die Kosten auf das Doppelte oder Dreyfache und sie werden noch immer gering seyn. — Die unmittelbare Messung der Linie DO soll mehrere Tausende gekostet haben.

Sieht man auf die Beschwerden welche mit einer 6 — 7 Wochen dauernden Messung verbunden sind, so wird man in der Wahl zwischen beiden Methoden nicht lange zweifelhaft seyn. Wie ermüdend für Geist und Körper ist nicht eine so langwierige Arbeit; wie angenehm dagegen eine kleine Basis-Messung welche nur einen oder ein Paar Tage dauert, wie interessant die Triangulirung von drei bis vier kleinen Dreiecken, welche nach Gefallen zu verschiedenen Zeiten theilweise vorgenommen werden kann, und bey der man von keinem zahlreichen Personale sondern blos von sich selbst abhängig ist.

Ein anderer Vorzug unserer Methode ist, dass dieselbe den Prüfstein ihrer Zuverlässigkeit in sich selbst trägt, was bey einer einmaligen unmittelbaren Messung nicht der Fall ist. Die Zuverlässigkeit der kleinen Basis ergibt sich aus der Uebereinstimmung der beiden Messungen, die

Genauigkeit der Triangulation aus der Uebereinstimmung der einzelnen Messungen eines Winkels unter sich und aus der Abweichung der Summe der drey Winkel eines Dreiecks von 180°. Hat man irgendwo einen Fehler begangen, so kann derselbe nicht unentdeckt bleiben, und alsdann ist nichts leichter als denselben zu verbessern, weil jeder einzelne Theil für sich unabhängig von allen übrigen geprüft werden kann. Die kleine Basis ist in ein Paar Tagen, ein Winkel in ein Paar Stunden wieder gemessen; die wiederholte Messung eines Stücks einer grossen Basis dagegen erfordert 2 — 3 Wochen und ungern entschliesst man sich zu einer solchen Arbeit.

Wird eine grosse Basis nur einmal gemessen so muss man sich ganz auf die Geschicklichkeit und Unfehlbarkeit des Messkünstlers und seines Personales verlassen, weil kein Theil dem andern zur Prüfung dient; bey einer trigonometrischen Bestimmung hingegen kann jeder Kenner aus der Harmonie der einzelnen Beobachtungen die Zuverlässigkeit des Resultates selbst beurtheilen.

VIII. ABSCHNITT.

Bestimmung des absoluten Werthes der Messstangen und Vergleichung der von Lämmle angegebenen Länge der Linie DO mit dem von mir gefundenen Resultate.

Nachdem ich im vorigen Abschnitte die Zuverlässigkeit meiner Methode dargethan und die Vorzüge derselben kurz entwickelt habe, so bleibt mir nun noch übrig, die wahre Länge der Seiten unseres Dreiecknetzes zu bestimmen und die Vergleichung unseres Resultates mit Lämmle's unmittelbarer Messung vorzunehmen. Nach mehreren fruchtlosen Bemühungen, eine meiner Messstangen mit den metallenen Stangen zu vergleichen, womit Lämmle seine Basis gemessen hatte, fand ich auf dem k. topographischen Bureau in München einen eisernen Meter-Etalon von Lenoir — es

war derselbe, welchen Schiegg zur Etalonirung jener Stangen gebraucht hatte. — Ich äusserte meinen Wunsch eine meiner Stangen mit diesem Meter zu vergleichen, und sogleich wurde mir mit der grössten Bereitwilligkeit nicht bloss die gewünschte Vergleichung gestattet, sondern auch ein zu dieser Operation sehr zweckmässiger Saal nebst allen vorhandenen Hülfsmitteln eingeräumt. Die Vergleichung dieses Meters mit meiner Stange Nro. 1. welche ich zu diesem Zweck nach München hatte bringen lassen, nahm ich unter freundschaftlicher Mitwirkung mehrerer Mitglieder des top. Bur. in der Mitte des Monats September 1821 bey regnichter Witterung vor, wo die Temperatur der Luft im Freien den ganzen Tag hindurch sich kaum um einen Grad änderte.

Der Comparateur Taf. I fig. 5 war ein vierkantiger tannener Balken MN von 5 Meter Länge und 0^m33 oder 1 Fuss Dicke, in welchen ich zwey eiserne Stäbe ef, gh von 0^m33 Länge und 0^m03 Dicke in gehöriger Entfernung einschlug. Diese Stäbe waren oben mit stählernen an ihrer Spitze abgerundeten kegelförmigen Ansätzen versehen, zwischen welchen die Stange, wie bey meinem Comparateur von Stein durch Einschieben des geom. Keils gemessen wurde. An beiden Seiten des Balkens waren Bretter t,t' angenagelt, um als Unterlage für die Messstange zu dienen. An denselben Stellen lag der Balken auf zwey untergeschobenen Querlatten u,u', wodurch aller Verdacht einer veränderlichen Biegung des Balkens entfernt wurde. Die Abschiebung geschah auf dem etwas tiefer gelegten Gehäusse der Messstangen auf folgende Weise: der Meter wurde zwischen zwey auf dem Gehäusse gezogenen parallelen Linien so gelegt dass seine Entfernung von dem einen Ende des Comparateurs mit dem geom. Keil noch gemessen werden konnte, dann wurde eine Messingplatte an das andere Ende geschoben, der Meter wegnommen, und statt desselben eine zweite Messingplatte an die erste angelegt. Die erste Messingplatte wurde nun wieder weggenommen, der Meter angelegt und so fort. Zuletzt wurde der geom. Keil am andern Ende des Comparateurs eingeschoben. Während dieser Operation wurde der Meter mit dick übereinandergelegtem Papier

und ledernen Handschuhen angefasst und bey den letzten Vergleichungen selbst ganz mit Papier überdeckt.

Hier folgt nun eine Abschrift des an Ort und Stelle gefertigten Protocolles, so wie des von Bouvard ausgestellten Certificates, welches dem Meter beyliegt.

Vergleichung der Messstange Nro. 1 des k. Lyzeums zu Speyer mit dem eisernen von Lenoir gefertigten mit A bezeichneten und mit einem von Bouvard ausgestellten Certificate versehenen Meter-Etalon. (Dieser Meter wurde von Prof. Schiegn zur Etalonirung der 5 eisernen Messstangen, womit die Nürnberger und Speyerer Basis gemessen worden sind, gebraucht und ist jetzt auf dem k. topographischen Bureau in München deponirt.)

Die gedachte Vergleichung, so wie die eines Meters von Liebherr und eines andern von Schwerd mit jenem des topogr. Bureau wurde von dem unterzeichneten unter Mitwirkung der Herren Hauptmann von **Jeetze**, Secretär **Werner** und Lieutenant **Klein** in dem Saale Nro. 5 des k. topographischen Bureau vorgenommen wie folgt:

Den 19ten September 1821.

	Speyerer Keil Ord.			Thermometer			Zeit der Beob.	Bemerkungen.
			Summe	Nro. 1	B	A		
Stange	14,30	10,25	24,55	12°35	12°2	..	4h.45′	A ist ein Thermometer
Nro. 1.	11,80	12,70	24,50					von Liebherr auf einer
	8,65	15,80	24,45					metallenen bey der Ther-
	11,05	13,50	24,55	12,30	12,25	..	4 ,52′	mometerkugel durchbrochenen Scale. B ist ein
4 Met. des	10,45	12,15	22,60	...	12,25	..	5 , 0′	Thermometer des topogr.
topogr.	15,00	9,25	24,25	...	12,20	..	5 ,25′	Bur. mit gläserner Scale
Bureau	11,15	12,00	23,15	...	12,10	..	5 ,45′	im Zimmer frei aufgehängt

Durch Versuche fand man dass die Messstange, auf welcher der Meter abgeschoben wurde, nicht fest lag.

Unterzeichnet: Schwerd. v. Jeotze. Werner.

Den 20ten September 1821

4 Met. des	8,35	14,70	23,05	12,15	12,2	13,0*	9h.10′	* A liegt auf dem Meter
top. Bur.	9,25	13,15	22,40	12,25	12,25	13,0	9 ,17′	Etalon.
	10,70	11,80	22,50	12,40	12,30	13,0	9 ,50′	
	10,40	11,85	22,25	12,40	12,30	13,0	10 , 0′	

Anm. 1. Bey diesen und den folgenden Abschiebungen war die Messstange als Unterlage an dem einen Ende auf dem Träger festgeschraubt und wurde unbeweglich gefunden.

Anm. 2. Die Abschiebung des Meters wurde abwechselnd bald an dem einen, bald an dem andern Ende des Comparateurs angefangen.

	Speyerer Keil Ord.		Summe	Thermometer Nro. 1.	B	A	Zeit der Beob.	Bemerkungen
Stange Nro. 1.	14,50	12,2	24,70	12,45	12,45	13,35*	10h.15	* A liegt auf dem eben abgeschobenen Meter
	10,85	13,80	24,65					
	12,75	11,90	24,65					
	13,40	11,25	24,65	12,50	12,5	13,4	10 ,25	NB. das Thermometer auf dem Meter dürfte um 0°1 bis 0°2 zu vermehren seyn.

Unterzeichnet: Schwerd. v. Jetze.

	Speyerer Keil Ord.		Summe	Nro. 1.	B	A	Zeit	Bemerkungen
4 Met. des top. Bur.	9,35	13,20	22,55	12,40	12,40	13,20*	4h.20'	* A liegt auf dem Meter Etalon.
	9,30	13,20	22,50	12,45	12,50	13,20	4. 30'	
	13,00	9,25	22,25	12,50	12,50	13,20	4. 40'	
	13,00	9,25	22,25	12,70	12,45	13,20	4. 50'	
Stange Nro. 1	16,20	8,35	24,55	12,7	...	13,5	5h. 0'	
	13,10	11,50	24,60					
	14,40	10,10	24,50					
	8,70	15,70	24,40				5h.13'	

Unterzeichnet: Schwerd. v. Jeetze.

Den 21ten September 1821.

	Speyerer Keil Ord.		Summe	Nro. 1.	B	A	Zeit	Bemerkungen
Stange Nro. 1	15,80	8,95	24,75	12,2	12,2	12,8*	10h. 0'	* A auf dem Meter des topogr. Bureau.
	12,60	12,30	24,90					
	13,90	10,90	24,80					
	7,95	16,85	24,80	12,2	12,2	12,8		
4 Met. des top. Bur.	9,30	13,70	23,00	12,25	12,25	13,0*	10h. 3'	* A auf dem Meter Etalon. Beim Abschieben ist der ganze Meter mit einem starken Papierstreifen bedeckt.
	9,20	13,65	22,85	12,30	12,25	13,0	10. 30'	
	10,90	11,70	22,60	12,4	12,3	13,0	10. 3[illegible]	
	11,65	10,90	22,55	12,5	12,4	13,0	10. 45'	
4 Met. von Liebherr	14,80	12,20	27,00	12,50	12,45	13,3*	10. 55'	* A auf dem Met. des top. Bureau.
	12,2	14,70	26,90	12,50	12,40	13,3	11. 10'	

Unterzeichnet: Schwerd. Klein.

	Speyerer Keil Ord.		Summe	Nro. 1.	B	A	Zeit	Bemerkungen
4 Met. des top. Bur.	8,90	13,60	22,50	12,50	12,50	13,8*	3h.40'	* A auf dem Met. Etalon u. meinem Meter zugleich.
	13,60	9,20	22,80	12,50	12,60	13,6		
	11,55	10,75	22,30	12,60	12,60	13,5		
	10,75	11,40	22,15	12,65	12,60	13,5	4h. 5'	

	Speyerer Keil Ord.			Thermometer			Zeit der Beob.	Bemerkungen
			Summe	Nro. 1.	B	A		
4 Met. von	10,00	13,70	23,70	12,70	12,60	13,65	. . .	
Schwerd	13,30	10,40	23,70	12,70	12,60	13.60	. . .	
	12.80	10,80	23,60	12,70	12.60	13,50	4h.30′	
	10,80	12,90	23,70	12,80	12,65	13,50	4. 38′	
Stange	11,15	13,40	24,55	12,80	. . .	. . .	4. 45′	* A auf meinem Meter.
Nro. 1	12.80	11,75	24,55					
	10,70	13.90	24.60					
	14,00	10,65	24,65	12,75	. . .	13,5*	4. 50′	

Bemerk. Die beiden Thermometer A und B werden in ein Glas mit Wasser gesetzt, nach etwa 15 Minuten steht A auf 12°90, B auf 1.°35.

Untezeichnet: *Schwerd.* *Klein.*

Abschrift des von Bouvard ausgestellten Certificates, welches dem Meter des k. topogr. Bureaus beyliegt.

Præs. 6. *Juni an* 1807

Enreg. Nro. 580

Je soussigné certifie, que l'Artiste Le Noir s'est transporté à l'observatoire impérial le vendredi quatre Juillet présent mois, pour vérifier un mètre en fer numéroté A, construit par ordre du Dépot général de la guerre, et devant servir aux opérations trigonometriques faites en Bavière, et en faire la comparaison avec le mètre prototipe en fer deposé à l'observatoire impérial, sous la surveillance du bureau des longitudes. Ces deux mètres placés dix fois alternativement sur la règle de cuivre et au moyen du comparateur exécuté par cet habile artiste, la différence a été estimée moindre d'un millionime de la longueur totale du mètre dont celui du dépot de la guèrre paroit plus fort que celui de l'observatoire, mais cette différence est si petite qu'il est impossible d'en repondre d'une manière certaine; en conséquence ces deux mètres peuvent être considérés comme parfaitement de même longueur.

Fait à l'observatoire impérial le 19. *Juillet* 1806.

Signé A Bouvard membre de l'institut national et du Bureau des longitudes.

ad 1291.

Das auf dem Meter eingravirte Einregistrirungs-Nummer ist 8/2

Vergleichen wir vor Allem die Thermometer A und B mit dem der Stange Nro. 1, damit wir die erforderlichen Correctionen anbringen können.

			Thrm. N° 1	Th. B.	Diff.	Th. A.	Diff.
19.	Sept.	vormittags	12,35	12,2	— 0,15	. . .	. . .
20.	—	vormittags	12,15	12,2	+ 0,05	13,0	+ 0.85
20.	—	nachmittags	12,40	12,40	+ 0,00	13,2	+ 0,80
21.	—	vormittags	12,20	12,20	+ 0,00	12,8	+ 0,60
21.	—	nachmittags	12,50	12,50	+ 0.00	13,8	+ 1,30
		Das Mittel ist	. . .	.	— 0,02		+ 0,75

wenn man nämlich die Diff. 1,30 als zu sehr abweichend ausschliesst.

Das Thermometer B harmonirt also vollkommmen mit dem der Stange. Die Thermometerstände von A aber müssen um 0,75 vermindert werden, Der Versuch im Wasser gibt 0,55. Der letztere ist offenbar entscheidender, wir nehmen daher — 0°6 als Correction der Thermometerstände von A an.

Wenn man die Thermometerstände von Nro. 1 unter sich vergleicht, so wird man bemerken dass dieselben während des Abschiebens des Meters jedes mal um 0°2 bis 0°3 gestiegen sind, obgleich das Thermometer durch Glas geschützt war (der hölzerne Deckel war hinweggenommen). Der Meter selbst musste daher aller angewandten Vorsicht ungeachtet noch stärker in seiner Temperatur steigen, was sich auch in dem Abnehmen der Ordinaten des Keils äussert. Um diese Temperaturerhöhung des Meters so genau als möglich zu erfahren wurde auf denselben, nachdem er abgeschoben war, das Thermometer A gelegt. Es stieg, wie man aus den angeführten Beobachtungen ersieht, in etwa 10 Minuten um 0,3 bis 0,4 Grad. Der Meter musste aber nothwendig eine noch etwas höhere Temperatur erreicht haben, weil er sich unterdessen wieder abkühlte, vermehren wir desswegen die beobachte Differenz um 0,1 bis 0,2. Da aber der Meter die ganze Temperatur-Erhöhung nur nach und nach erhalten hat, so dürfen wir nur die Hälfte davon als Correction anbringen, wie hier folgt.

Differenzen zwischen der Temperatur des Meters und der Stange Nro. 1

			Therm. A	Corr. der Scale	Corr. wegen Erwärmung	wahre Temperatur des Meters	der Stange	Diff.
20.	Sept.	vormittags	13°00	— 0°60	+ 0°30	12°70	12,47	+ 0,23
20.	—	nachmitt.	13,20	— 0,60	+ 0,25	12,85	12,70	+ 0,15
21.	—	vormittags	13.00	— 0,60	+ 0,25	12,65	12,20	+ 0,45
21.	—	nachmitt.	13,60	— 0,60	+ 0,05	13,05	12,77	+ 0,28

Reduziren wir nun die Stange auf die Temperatur des Meters vermittelst des bekannten Coefficienten 0,440 so ergibt sich:

	Ord. der Stange	Reduction	Summe	Ord. des 4fach Met.	Differenz
20. Sept. vorm.	24,66	— 0,10	24,56	22,55	— 2,01
20. — nachm.	24,51	— 0,07	24,44	22,39	— 2,05
21. — vorm.	24,80	— 0,18	24,62	22,69	— 1,93
21. — nachm.	24,58	— 0,12	24,46	22,44	— 2,02
Mittel					— 2,0025

Die Stange Nro. 1 ist also bey einer Temperatur von 13° um 2,0025 D kleiner als 4 Meter, und da bey Ordinate $\frac{24,4}{2}$ oder 12,2 D gleich ist 0,00013024

so ist die Stange Nro. 1 . . . . . = 4,0000000 — 0,0002607 Met.
also 1/4 Stange Nro. 1 . . . . = 1,00000000 — 0,00065175 Met.

Unser provisorischer Meter ist folglich bey 13° Reaumur um 0^m^00065175 kleiner als der Meter des topographischen Bureau und folglich nach obigem Certificate um eben so viel kleiner als der Mètre définitif adopté von 443,296 par. Lin.

Die einzelnen Differenzen weichen von dem Mittel höchstens um 0,07 D ab, wir können daher den Werth der Stange auf 0,05 D das ist auf 0^m^00000650 und folglich den Werth unsers provisorischen Meters auf 0^m^00000162 das ist auf 1½ Milliontel sicher bestimmt ansehen — eine Genauigkeit die nicht grösser gewünscht werden kann und von welcher Bouvard in seinem Certificate sagt: une différence d'un millionième est si petite qu'il est impossible d'en repondre d'une manière certaine.

In der Berechnung der Dreiecke wurde die kleine Basis bey einer Temperatur von 20° Reaumur = 859,442000 prov. Meter angenommen. Nehmen wir aus den beiden Basis-Messungen das Mittel, so erhalten wir ein Resultat, welches der mittlern Temperatur der beiden Messungen entspricht und den Vorzug hat, dass es von der Ausdehnung der Messstangen ganz unabhängig ist.

1te Messung der Basis bey 23°,236	859^m,40905
2te Messung der Basis bey 13,037.	859,52643
MITTEL . . . bey 18,1365	859,46774

Reduziren wir dieses Mittel auf Meter des top. Bur. bey 13°

Reduction auf 13° = + 0,00001445 × 859,4678 × 5,1365 . .	= + 0^{m}063792
Reduct. auf Met. des top. Bur. = — 0,00006575 × 859,4678 . .	= — 0,056036
Basis in Met. des top. Bur. bey 13° R.	859,47 550
In der Berechnung der Dreiecke wurde zum Grund gelegt . . .	859,44 000
Differenz	+ 0,03550
Proportionaltheil für einen Meter (a)	+ 0,000035346
Die Reduction der Linie DO ist demnach	+ 0,70348
DO nach der Berechnung	19790,405
DO in Meter des top. Bur. bey 13° R.	19791,1985

Wir wollen nun sehen wie dieses Resultat mit Lämmle's unmittelbarer Messung übereinstimmt. Lämmle gibt die Länge seiner Basis DO bey 0° gleich 19795^{m}289. Die Reduction dieser Linie auf 0° beruht auf der Ausdehnung 0,00001617, welche Schiegg für den Meter des top. Bureau der zur Etalonirung der Münchner Messstangen diente gefunden hat. Nach dieser Ausdehnung beträgt die Reduction für 19795,289 von 0° auf 13° 4^{m}1602. Es ist also

DO nach Lämmle bey 0° R.	= 19795^{m}289
Reduction von 0° auf 13°	= — 4,1602
DO nach Lämmle bey 13°	= 19791,1288
DO nach unserer Bestimmung bey 13°	= 19791,1985
Der Unterschied ist	0,0697

oder 2½ Zoll, und kann in Vergleich mit einer Linie von beynahe 3 geographischen Meilen als Null angesehen werden.

Die Vergleichung unseres Resultates mit Lämmle's Messung hätten wir auch bey 0° vornehmen können, und wir hätten offenbar diesselbe Uebereinstimmung erhalten, nur hätten wir der Reduction unseres Resultates von 13° auf 0° ebenfalls den Ausdehnungs-Coefficienten 0,00001617 zum Grund legen müssen. Die letzte Methode scheint selbst natürlicher, allein mehrere

Gründe bewogen mich dieselbe zu verwerfen. Die Reduction von Lämmle's Messung auf 0° ist nicht ganz richtig. Will man richtig operiren so muss man eigentlich drey verschiedene Reductionen vornehmen; die erste von der mittleren Temperatur der Messung auf die Temperatur bey welcher die Messstangen mit dem Münchner Meter; die zweite von dieser Temperatur auf diejenige, bey welcher der Münchner Meter mit dem Pariser Meter prototype verglichen worden; und die dritte Reduction von letzterer Temperatur auf 0°. Der ersten Reduction muss die Ausdehnung der Messstangen, der zweyten die Ausdehnung des Münchner und der dritten die Ausdehnung des Pariser Meters zum Grund gelegt werden. Diese drey Reductionen müssen besonders dann vorgenommen werden, wenn die Ausdehnungs-Coefficienten sehr von einander verschieden sind. Nun gibt Schiegg nur die Ausdehnung seines Meters und zwar bedeutend verschieden von derjenigen an, welche Borda fand. Seine Stangen vergleicht er bey 11°5 mit diesem Meter und berechnet alsdann, vermittelst der Ausdehnung des Meters, ihre Länge für jede andere Temperatur. Dieser Berechnung hätte aber offenbar nicht die Ausdehnung des Meters sondern die der Stangen zum Grund gelegt werden sollen. Ob beide vollkommen gleich sind wissen wir nicht. Vermöge derselben Berechnung gebraucht Schiegg auch bey der Reduction auf 0° R. statt der Ausdehnung des Pariser Meters, die Ausdehnung des Münchner. Es ist aber wie wir sogleich sehen werden, durchaus nicht gleichgültig, welche von beiden man benützt. Um diese Reduction vollkommen genau berechnen zu können, müsste noch die Temperatur bekannt seyn, bey welcher der Münchner Meter mit dem Pariser Meter prototype verglichen worden. In dem Certificate von Bouvard ist diese Temperatur nicht angegeben *); da aber die Vergleichung am 4ten July 1806 Statt fand und nach den meteorologischen Beobachtungen dieses Astronomen in demselben Monat das Thermo-

*) *Anm. Wahrscheinlich weil Bouvard Ursache hatte, die Ausdehnung beider Maasstäbe für gleich zu halten.*

meter im Freyen nicht unter 11°9 der hunderttheiligen Scale herabsank, so muss die Temperatur der Luft in dem Beobachtungssaale zur Zeit der gedachten Vergleichung wenigstens 10° bis 13° Reaumur gewesen seyn. Nun ist die Ausdehnung der Linie DO für 13° nach Schiegg $= 4^m1602$

nach Borda $= 3{,}7176$

der Unterschied beträgt . . . . 0^m4426

oder 16¾ Zoll. Die von Lämmle angegebene Länge bey 0° muss demnach um 0^m4426 vermindert werden, wenn dieselbe Mètres définitifs ausdrücken soll.

Da die Temperatur der Vergleichung beider Meter nicht genau bekannt, wahrscheinlich aber von 13° nicht weit entfernt ist, und die Ausdehnung unserer Stangen mit der von Borda angegebenen Ausdehnung des Meters vollkommen übereinstimmt, so können wir bey den Reductionen unserer Linien von einer Temperatur auf irgend eine andere immer die Ausdehnung unserer Stangen zum Grund legen.

Um die berechneten Seiten unsers Dreiecknetzes zu einem allgemeinen Gebrauche geschickt zu machen, wollen wir nun noch einige Reductionen mit denselben vornehmen.

Die Reduction auf Meter des top. Bur. oder auf Mètres définitifs von 30° beträgt wie wir oben pag. 94 gesehen haben für einen Met. $+ 0^m00003554{,}6$ (a)

Die Reduction eines Met. von 13° auf 0° ist $= 13 \times 0^m0000144{,}5$

$= + 0^m0001878{,}50$ (b)

Die Reduction von Mètres définitifs zu $443^{\prime\prime\prime}296$ Linien

auf Mètres définitifs vrais zu . . . $443{,}322$ Linien

beträgt für einen Meter . . . . $- 0^m00005865{,}0$ (c)

Wir haben nun noch die Reduction auf die Meeresfläche zu bestimmen. Um die Höhe der kleinen Basis über der Fläche des Meeres zu erfahren, bestimmte ich durch ein Nivellement die Höhe des in meinem

Zimmer aufgehängten sehr guten Heberbarometers über der kleinen Basis, ich fand dieselbe = $8^m,48$. Da die mittlere Barometerhöhe von Karlsruhe nach vieljährigen Beobachtungen des verstorbenen Hofraths Böckmann bey 10° Reaumur gleich 27″. 9‴75 und die von demselben daraus berechnete Höhe von Carlsruhe über dem Meer = 361 par. Fuss = $117^m,67$ ist, (Tübinger Blätter Iter Band 3tes Stück) so durfte ich nur durch correspondirende Barometerbeobachtungen die Höhendifferenz beider Beobachtungsörter bestimmen. 32 gleichzeitig mit Hrn. Hofrath Wucherer in Carlsruhe angestellte Beobachtungen geben nach gehörig vorgenommener Reduction auf gleiche Temperatur den Stand meines Barometers um 0‴755 höher, wornach mein Barometer um 18^m563 tiefer liegt als das Barometer in Karlsruhe. Es is also

Höhe von Karlsruhe über dem Meer	=	117^m27
Höhe meines Barometers über Karlsruhe	—	18,56
Höhe der kleinen Basis über meinem Barometer	—	8,48
Höhe der kleinen Basis über der Fläche des Meeres . . .		90^m23

Bezeichnet man die zu reduzirende Basis mit B, die Höhe derselben über der Meeresfläche mit h und den Radius der Erde mit R, so ist die gesuchte Reduction der Basis auf die Oberfläche des Meeres = $\frac{-Bh}{R}$. Substituiren wir für h und B ihre Werthe, so wird dieselbe = $-0^m00001417 \times B$
und die Reduction für einen Meter . . . . . = − 0,00001417 (d)

Stellen wir nun die 4 Reductionen zusammen

a.) Reduction eines Meters der oben pag. 66 und 69 berechneten Seiten unsers Dreiecknetzes auf Meter des top. Bur. von 13° = + $0^m00035546$
b.) Reduction von 13° auf Mèt. defin. von 0° . . = + 0,00187850
c.) Reduction auf mètres définitifs vrais von 0° . = − 0,00058650
d.) Reduction auf die Oberfläche des Meeres . . = − 0,00014170

Summe . . . . = + 0,00150576

Die Reduction eines Meters der berechneten Seiten unseres Dreiecknetzes auf mètres définitifs vrais und auf die Oberfläche des Meeres ist also = + $0^m00015057$6 und die Reduction der beygesetzten Logarithmen = log 1,000150576 = 0,00006539. Nach dieser letzten Reduction sind

Die Haupt-Seiten unseres Dreiecknetzes

Seite			logarithm.
A B	gemessene kleine Basis . . .	859^m5716	2.9342820
D H	Dom — Heiligenstein	4963 ,577	3,6957948
H J	Heiligenstein — Iggelheim . .	11138 ,759	4,0468368
D J	Dom — Iggelheim	11493 ,561	4,0604546
J M	Iggelheim — Mannheim . . .	17853 ,857	4,2517320
D M	Dom — Mannheim	18854 ,370	4,2754120
H M	Heiligenstein — Mannheim . .	22900 ,197	4,3598392
D O	Dom — Oggersheim (Lämmle's Basis)	19793 ,477	4,2965221
M O	Mannheim — Oggersheim . . .	6013 ,950	3,7791598

Lage unseres Dreiecknetzes.

Das Azimuth der Linie MD, auf der Sternwarte in Mannheim durch Hrn. Professor Nicolai bestimmt, ist . = 3°. 40′. 25″ westl.
Die Länge der Sternwarte . , . . . 0h. 24′. 31″8
Die Breite der Sternwarte aus den Polarstern 49°. 29′. 18″2

Leitet man hieraus mit einer Abplattung von [illegible] die Länge und Breite des nördlichen Domthurmes ab, so erhält man
Länge des nördlichen Domthurmes . . . 0h. 24′. 27″81
Breite des nördlichen Domthurmes . . . 49°. 19′. 4″03

Durch 318 Zenithdistanzen des Polarsterns, welche ich mit dem astro-

nomischen Repetitions-Theodolithen des Lyzeums in meinem Garten beobachtet habe, finde ich

die Breite des nördlichen Domthurmes . . = 49°. 19'. 4"48

Meine Beobachtung der ringförmigen Sonnenfinsterniss von 1820 gibt die Länge des nördlichen Domthurmes

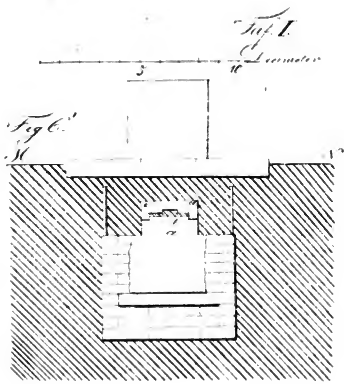
aus dem Anfang des Ringes . . . . = oh. 24'. 25"91

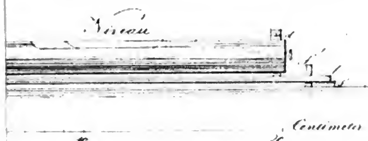
aus dem Ende des Ringes . . . . = oh. 24'. 27"71

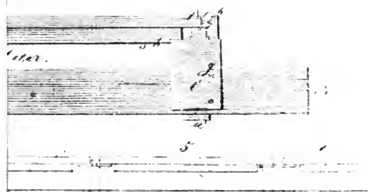
aus dem Ende der Finsterniss . . . . = oh. 24'. 24"31

Anm. Die Entfernung meines astronomischen Beobachtungs-Ortes von dem nördlichen Domthurme ist 383^{m}50, der Winkel: Beobachtungs-Ort — nördlicher Domthurm — Sternwarte = 137° 24' 5".

Taf. I.








ÖNB
+Z152361307

